

II-159 蛇行流路の発達過程に関する水理学的解析

京都大学防災研究所 正員 藤田 裕一郎
 " " 正員 村本 嘉雄

蛇行形成過程の初期段階における弯曲の発達について、発達した砂州によつて生じる主流路への流量集中を考慮した一次元解析法の適用と数値解析の結果を述べる。

1. 基礎式 図-1に示すように、空間に固定した直交座標系として初期流路底面内に中心線を x 軸、直角横方向に y 軸、 x, y 平面の垂直上方に z 軸をとる。流路の変動に伴つて移動する直交曲線座標系として x_1, y_1 平面内に砂州前縁(内岸)と弯曲外岸とで形成される主流路(斜線部)の中心線を x_1 軸、これに直角方向に x_2 軸を定める。

x_1, y_1 座標と x, y 座標との関係は、 θ を x 軸と x_1 軸のなす角、 x_1, x_2 座標の原点を (x_0, y_0) とすれば

$$x = \int_0^{x_1} \cos \theta dx_1 - x_2 \sin \theta + x_0, \quad y = \int_0^{x_1} \sin \theta dx_1 + x_2 \cos \theta + y_0 \quad (1)$$

流下方向に一樣に蛇行が発達する場合、流路に関する特性量 $F(x, y)$ は蛇行半波長 l で周期的に変化するので

$$F(x, y) = F(x+l, -y) \quad (2)$$

上流区間(弯曲部)では、対応する上流側砂州上の特性量を添字(u)で表わすと、その単位幅の流量 q_u 、流砂量 g_{ou} の直角成分 g_{in}, g_{bin} が横流入する。流入角を ϕ とし、主流の曲率 K を考慮すれば

$$g_{in} = g_u \sin \phi (1 + KB_L), \quad g_{bin} = g_u \sin \phi, \quad \sin \phi = \sin \phi_0 \cos \theta - \cos \phi_0 \sin \theta \quad (3)$$

下流区間(砂州上)では、主流幅と流向は弯曲部終端の値を維持するとし、主流部以外に分散する水流を横越流量 q_{out} で表す。 q_{out} は主流沿いに生じる堆積による越流水深の減少を指數的に表した横越流型の次式で仮定する。

$$q_{out} = \frac{2\sqrt{z}}{3} g C_0 h^{\frac{2}{3}} e^{-\gamma z} \quad (C_0 \text{ は越流係数, } \gamma \text{ は逆減係数}) \quad (4)$$

以上から、 x_1 軸に沿う流路変動の一次元解析の基礎式は流出を正としてつぎのようにまとめられる。

$$\frac{\partial Q}{\partial x_1} = \begin{cases} -g_{in} & (0 \leq x_1 \leq x_{1B}) \\ -g_{out} & (x_{1B} \leq x_1 \leq x_{1L}) \end{cases} \quad (5) \quad I_0 = I_0 \cos \theta - \frac{\partial z}{\partial x_1} - \left(1 - \frac{\alpha Q^2}{g B^3 h^3}\right) \frac{\partial h}{\partial x_1} + \frac{\alpha Q^2}{g B^3 h^3} \frac{\partial B}{\partial x_1} - \frac{\alpha Q}{g B^3 h^3} \frac{\partial Q}{\partial x_1} \quad (6)$$

$$U = Q/Bh = \frac{1}{\pi} R^{\frac{2}{3}} I_0^{\frac{1}{3}}, \quad (R = Bh/(B+2h) \quad (0 \leq x_1 \leq x_{1B}), R \approx h \quad (x_{1B} \leq x_1 \leq x_{1L})) \quad (7)$$

$$B \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{1-\lambda_b} \frac{\partial Q_B}{\partial x_1} = \frac{1}{1-\lambda_b} \left\{ (1+KB_L) g_s + (1-\alpha_b) (1+KB_L) g_{bin} \right\} - \alpha_b g_{bin} = (1-\lambda_b) (Z_u - Z) \frac{\partial B_L}{\partial t} \quad (8) \quad -\alpha_b g_{bin} = (1-\lambda_b) (Z_u - Z) \frac{\partial B_L}{\partial t} \quad (9)$$

$$g_s = (1-\lambda_s) (D - Z) \frac{\partial B_0}{\partial t} = E \left\{ (\phi_p - 1) g_d \right\}^{\frac{1-f}{2}} U^{\frac{f}{2}} h \quad (10) \quad Q_B = B g_B = B \cdot K \left\{ (\phi_p - 1) g \right\}^{\frac{1-p}{2}} d^{\frac{3-p}{2}} U^{\frac{p}{2}} \quad (11)$$

ここに、 x_{1B}, x_{1L} はそれぞれ弯曲と砂州の終端の x_1 座標、 I_0 は x 軸のこう配、 λ_b, λ_s はそれぞれ河床と河岸の間隙率の1/100、 B, B_L はそれぞれ外岸と内岸の x_2 座標($B = B_0 - B_L$)、 g_s は外岸侵食量、 D は河岸高、 α_b は g_{bin} のうろ砂州の発達に費せられる割合、および E, K, f, p は実験定数であつて、その他の記号は慣用に従っている。

解析には、(8)式に(6)および(11)式を代入整理して、上、下流区間について各項のOrderを概算し、それぞれの区間に対してつぎの近似式(12)および(13)を用いる。ここに上流区間の流量変化項が重視されている。

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{p}{z(1-\lambda_b)} \frac{g_B}{I_0} \left[\frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2} + I_0 \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial x_1} + \frac{\alpha}{g} \frac{g_{in}^2 Q^2}{B^2 h^3} + I_0 \left(\frac{4}{3h} \frac{\partial h}{\partial x_1} + \frac{z}{pB} \frac{\partial B}{\partial x_1} \right) \right] + \frac{1+KB_0}{(1-\lambda_b)B} g_s + (1-\alpha_b) \frac{1+KB_L}{(1-\lambda_b)B} g_{bin} \quad (12)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{p}{z(1-\lambda_b)} \frac{g_B}{I_0} \frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2} \quad (13)$$

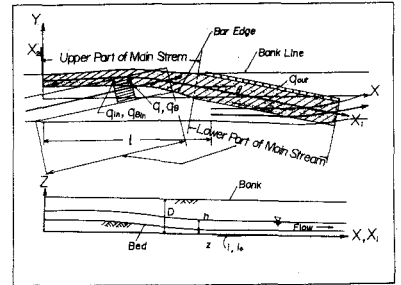


図-1 座標系と模式図

2. 基礎式の数値解析

(解析の手順) ① 初期または前回形状の外岸

と内岸の間の中心線を新しいX軸とする。② X軸を差分($\Delta x_i = 50^m$)で区切り、Zを前回値から内挿し、各区分点から法線を内・外岸に下して B_i を求める。③ 下流区間の水量を流出による誤差が総流量の2%内という条件で計算し、(2)の関係で上流区間の流入量を決定する。④ 下流区間の最上流端の値を境界条件とし、常流を仮定して上流区間の水面形を計算する。射流の発生する場合は限界流で近似する。⑤ 以上の水量によって1stepの流路変動を求める。解析は以上の①~⑤を繰返す。1step ($\Delta t = 1^{\text{sec}}$)の変化は微小なためX軸の更新は約2分間毎に行った。

(境界条件) 上流端河床は固定、下流端は(a) 1step上流と同じこう配、(b) 砂州上のこう配の実際値($1/2000$)の2種類。(b)では下流区間で I_e が負となる場合が生じるので I_e に下限値 $1/500$ を与えて解析している。

初期条件は図-2に細線で示す。前報の実験を対象として各係数は、 $n = 0.013$, $\lambda_b = 0.37$, $\lambda_s = 0.42$, $D = 10^m$, $\alpha_b = 0$, $\rho_p = 2.65$, $g = 980^{\text{sec}^2}$, $d = 0.88$, $K = 0.004$, $E = 10^{-5}$, $\beta = f = 3$, $i_0 = 1/200$, $Q_{\text{Total}} = 15^{\text{m}^3/\text{s}}$, $C_s = 0.004$, $\eta = 10^{-4}$ である。

3. 解析結果の検討

境界条件(a)について $l = 5, 6$ および 7^m , (b)

について $l = 5.5^m$ を与えた解析結果を図-2に示す。下流区間はいずれも境界条件に支配される平衡状態に速く近づく。流量集中の著しい $l = 7^m$ では上流区間に急激な上昇が生じ、流量変化項の影響がみられる。 l の大きい方が横流入位置が上流寄りになって、弯曲位置も上流になる。このように、 l が大きい場合に主に横方向に発達する蛇行、小さい場合に下流に進行する蛇行が形成される可能性がある。図-3の実験結果と比較すると全体に縦断形状の適合は良い。平面形状の変化は図-4にも示したように、振幅は $l = 6, 7^m$ が、弯曲の進行は $l = 5.5^m$ が良く一致し、実験の半波長に近い $l = 5^m$ は両方とも比較的良く一致している。 $l = 6, 7^m$ で弯曲が進行しない理由は、砂州の発達が入流区間に限られ、その下流の流路幅が過大となったことにあろう。流入部から下流に退込んで堆積する条件を解析に加えれば良い結果が得られよう。また、 $l = 5.5^m$ で振幅の増大が緩慢であるのは、 I_e の下限値 $1/500$ が過小であって流速の評価が実験値の $1/2$ 以下となったためである。適切な下限値を設定すれば実験値に近づくが、本来これは下流区間で水深変化項を無視したこと

に起因している。以上のように、本解析法では各種の境界条件下での蛇行発達の検討が可能であるが、この点をさらに詳細に吟味するには下流区間の解析に水深変化項を導入する必要がある。

< 参考文献 >

(1) 村本・藤田：オ30回年鑑，1975。

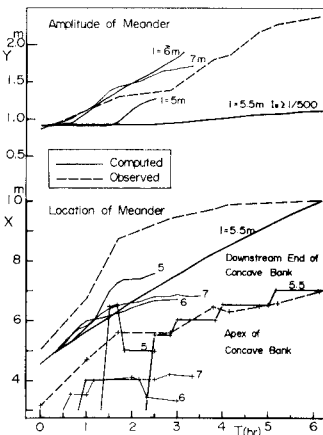


図-4 振幅の増大と弯曲部の移動

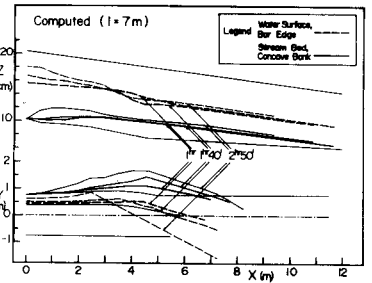
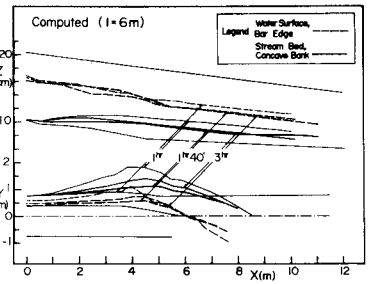
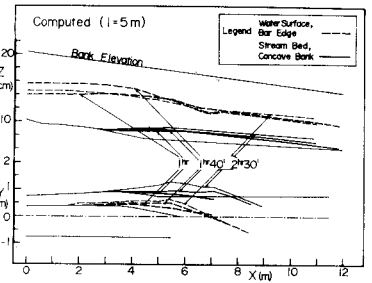


図-2 解析結果の縦断形状と平面形状

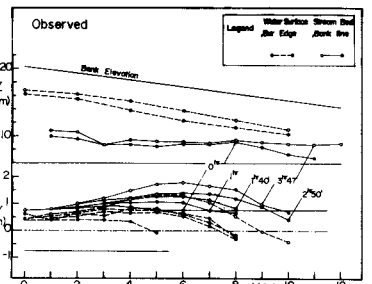
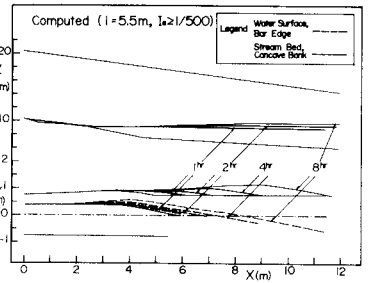


図-3 実験結果の縦断形状と平面形状