

1. 昨年度は、自然状態にある河川の平面形(曲率系列)のスペクトルから、線形二乗平均推定法を用いて河道条件を変えたのちの安定平面形状の推定を試みた。この方法では、(1)、変動の前後の対応波長が一律に卓越波長の比をもつこと、および(2) 変動の波のコヒーレンスが高波数側で指数減少することという二つの仮定を設けざるをえなかったが(1)の仮定は単純にすぎ、また(2)の仮定は推定後のスペクトルが目的とした変動後のスペクトルと異なることになり矛盾を含む仮定であって、検討を要するものであった。

図-1は、昨年の方法を石狩川1899年の一部地域に適用して1925年の系列を推定し、実測結果と比較したものである。図によれば個々の蛇行の対応は明確に認められるが、波長は一定の相似比を有しておらず、また振幅(すなわち曲率)の対応も線形の重ねあわせのみでは説明し難い様子がみられる。このことは、時間間隔の大きな場合の流路の変動過程は非線形性が強く、波数領域での対応もAM変調(Amplitude Modulation)のみでなく、FM変調(Frequency Modulation)を考慮しなければならないことを示している。

2. 流路変動システムの非線形的性質を明かにするには、厳密に考えるならば物理モデルにもとづかなければならないが、これらの研究はまだ直線流路において成果をあげている段階であり、当面は限られた実験的知識や、実際河川の観察から得られる定性的な性質をもとに単純化したモデルによって考察せざるを得ない。しかし、曲りの発達が流路距離そのものを変化させるというシステムのわくぐみを明かにすることは、単純なモデルによってもある程度可能であると考えられる。

図-2のように流路曲線にそって s 軸をとり、これに直交する向きに v 軸をとると、任意点での浸食速度 $\partial v / \partial t$ は、それぞれの点の谷長方向に対する流向角 ϕ に関係している。すなわち、沖垣が我々の研究室においておこなった自由蛇行の発達に関する実験結果を修正して示すと

$$\partial v / \partial t = -K_1 \phi(s + \delta) \cdots (1)$$

ただし v : 浸食距離(左岸方向を正とする)

ϕ : 谷方向に対する偏角(反時計まわりを正とする)

s : 流路にそう距離 δ : ずれの距離

k_1 : 定数

また、奈良井は、昨年の年講において

$$\partial v / \partial t = -K' [\partial / \partial s \{ \phi(s + \delta) \}] \cdots (2)$$

を仮定して、平面形状の変動過程の興味ある結果を導いている。

一方、幾可学的条件から

$$\partial / \partial s (\partial v / \partial t) = \partial \phi / \partial t \cdots (3)$$

が得られるので、上式右边を δ に関してテーラー展開したもの

を代入すれば

$$\partial \phi / \partial t = -K_1 \partial / \partial s \{ \phi(s) \} - K_1 \delta \partial^2 / \partial s^2 \{ \phi(s) \} \cdots (1)'$$

$$\partial \phi / \partial t = -K' \partial^2 / \partial s^2 \{ \phi(s) \} - K' \delta \partial^3 / \partial s^3 \{ \phi(s) \} \cdots (2)'$$

これらの式中 $\partial \phi / \partial s$; $\partial^3 \phi / \partial s^3$ は、主に ϕ の位相変化に寄与し、 $\partial^2 \phi / \partial s^2$ の項は ϕ の振幅変化に関係すると考えられるので、一般に次式を考えることは妥当であろう。

$$\partial \phi / \partial t = -K_1 \partial / \partial s \{ \phi(s) \} - K_2 \partial^2 / \partial s^2 \{ \phi(s) \} \cdots (4)$$

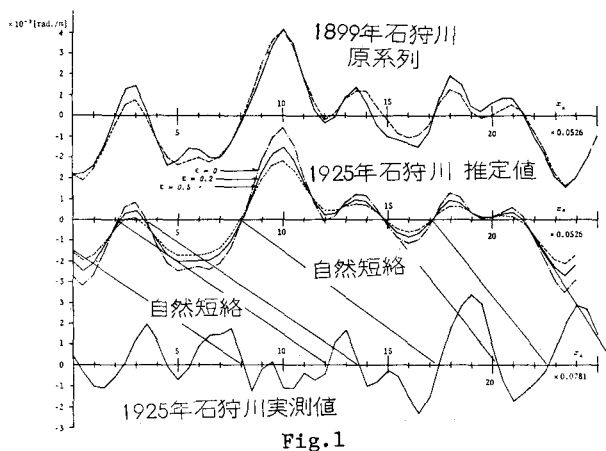


Fig.1

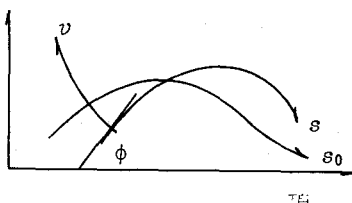


Fig.2

K_1, K_2 はここでは定数と考えるが、実際は地質的要因や流量変動など多くの要因を含むだけでなく ϕ にも関係しているとみられる。次に、 ϕ の時間変化とともに s の伸縮が考慮されねばならないが、初期の距離軸を s_0 とし、時間 t 後の距離軸を s とすれば両者の関係は微分幾何学から

$$\frac{ds}{ds_0} = [\{\cos\phi(s_0) + \frac{\partial}{\partial s_0} \int_0^t \frac{\partial v}{\partial t} \sin\phi(s) dt\}^2 + \{\sin\phi(s_0) + \frac{\partial}{\partial s_0} \int_0^t \frac{\partial v}{\partial t} \cos\phi(s) dt\}^2]^{\frac{1}{2}} = g(s_0, t) \cdots (5)$$

g は、場所毎の距離に関する相似比率をあらわし、測度係数と呼ばれる。以上より、平面形の変動は (4), (5) の連立方程式によって示されることになる。(4) は $t \rightarrow \infty$ とともに ϕ の発散をまねくことになるが、実際現象は河道の切離によって $|\phi|$ の最大値が 2.2 rad. 程度を越えることはないので $|\phi| \leq 2.2$ が適用の限界である。

3. 上記の (4), (5) 式はこのままでは解析的には解けない。そこで (4) 式に関して時間の前進差分を考えると

$$\phi_n \approx [1 - K_1 \Delta t d/ds_{n-1} - K_2 \Delta t d^2/ds_{n-1}^2] \phi_{n-1} \cdots (6)$$

ただし、サフィックスは時間ステップに対応する番号、 Δt は時間間隔である。さらに、 s_n と s_{n-1} との関係は (5) 式を用いたのち簡略化してあらわせば

$$g_n = ds_n/ds_{n-1} \approx 1 + \Delta t d\phi_{n-1}/ds_{n-1} (K_1 \phi_{n-1} + K_2 d\phi_{n-1}/ds_{n-1}) \cdots (7)$$

$$\text{また } ds_n = g_n g_{n-1} \cdots g_1 \cdot ds_0 = G_n ds_0, \quad g_n \cdots g_1 = G_n \cdots (8)$$

により、結局 (6) 式は次の漸化式であらわせる。

$$\phi_n = [1 + (-c_1/G_{n-1} + c_2 G'_{n-1}/G_{n-1}^3) d/ds_0 - c_2/G_{n-1}^2 d^2/ds_0^2] \phi_{n-1} \cdots (9)$$

ただし、 $G_1 = K_1 \Delta t$, $c_2 = K_2 \Delta t$, $G'_{n-1} = d/ds_0 (G_{n-1})$

(7) 式に関しても (8) 式を用いれば

$$G_n = G_{n-1} + c_1 \phi_{n-1} d/ds_0 (\phi_{n-1}) + c_2/G_{n-1} \{d/ds_0 (\phi_{n-1})\}^2 \} \cdots (10)$$

$$G_0 = 1$$

$$\text{距離 } s_n \text{ は } s_n = \int_0^{s_{n-1}} g_n ds_{n-1} = \int_0^{s_0} G_n ds_0 \cdots (11)$$

したがって、初期条件 $\phi_0(s_0)$ が与えられれば (9), (10) をくり返して適用することにより ϕ_n を求めることができ、また (10), (11) から s_n を知ることができる。

(9) 式によれば、 ϕ_n は ϕ_{n-1} の位相と振幅の変換を受けたものの合成波であること、したがって波数域では AM 変調を受けることがわかる。また、(11) 式によれば s_n が s_{n-1} の関数として変化すること、したがって波数域では FM 変調を受けることがわかる。(9), (10), (11) 式による変換システムの性質を明らかにするために、テスト波形として初期値に

$$\phi_0 = \pi/6 \sin 2\pi s_0$$

を入れた結果は、図-3 のとおりである。ただし $c_1 = 0.12$, $c_2 = 0.0072$ として計算してある。位相、振幅の変化のほか、高波数成分が生じてきていることはあきらかである。また図-4 は、図-3 の結果を平面形状にもとじたものであり、初期の sine-generated curve が谷長方向に移動しつつ次第に変形して、耳状の迂曲に移行する様子が見える。

本研究における計算プログラムの作成は、道口技官によっておこなわれた。また使用機は、北大大型計算センター・FACOM-230-75 である。

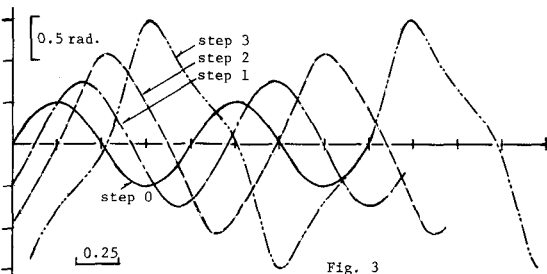


Fig. 3

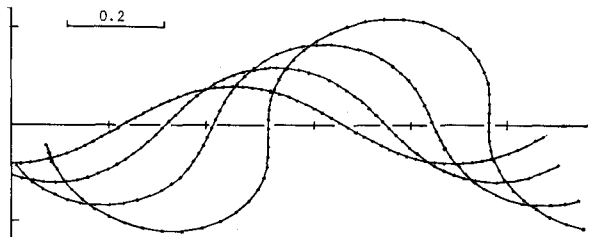


Fig. 4