

Gloant は乱流壁面噴流の内層において Blasius の抵抗則と一致する渦動粘性分布を仮定して相似解をえているが、土屋や Schwarz によつて壁面噴流における境界層速度分布はほぼ $1/12 \sim 1/14$ 則で近似されること、乱流境界層や管路および水路の抵抗則は壁面噴流には適用出来ないことが明らかとされている。壁面噴流における境界層が乱流境界層と異なる点は、主流部流れが自由噴流と同種の境界層 Scale に較べて Scale の大きな乱れを持つことで、速度分布や抵抗則が乱流境界層のそれと異なることは主流部流れの乱れの影響が主因となるものと考えられる。このような観点より、滑面および粗面上に水平に噴出する壁面噴流の詳細な速度分布の測定結果に立脚して、主流部乱れの影響を受ける一般的な境界層速度分布を誘導した。

通常用いられている境界層近似を適用した運動方程式および連続の式

$$(1) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

に速度および Reynolds 応力の分布関数 $u/U_m = f(\eta)$, $\bar{u}\bar{v}/U_m^2 = g(\eta)$ を代入し、粘性項を無視して積分すると、若干の計算の後、せん断応力および渦動粘性の分布が次のように求まる。

$$(3) \quad g(\eta) = \left(2 \frac{\delta}{U_m} \frac{dU_m}{dx} + \frac{d\delta}{dx} \right) \int_{\eta}^{\infty} f^2(\eta) d\eta + \left(\frac{\delta}{U_m} \frac{dU_m}{dx} + \frac{d\delta}{dx} \right) f(\eta) \int_0^{\eta} f(\eta) d\eta \quad (4) \quad \frac{\varepsilon}{U_m \delta} = - \frac{g(\eta)}{f(\eta)}$$

こゝに、 U_m は最大流速、 δ は壁面より $1/2$ 最大流速点までの距離、 ε は渦動粘性、 $\eta = y/\delta$ である。

実験結果より得られた最大流速の減衰則、主流部の拡散および境界層の発達

$$(5) \quad \frac{U_m}{U_0} = \sqrt{\frac{x_E + x_0}{x + x_0}}$$

図-1 せん断力および渦動粘性の分布

$$(6) \quad \frac{\delta_0}{B_0} = 0.068 \left(\frac{x}{B_0} + 5.0 \right)$$

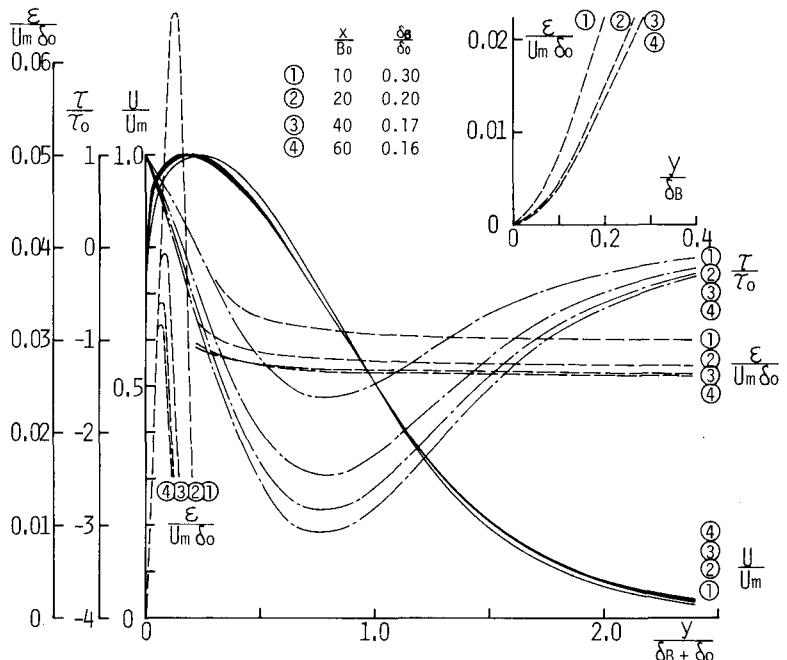
$$(7) \quad \frac{\delta_0}{B_0} = m = F \left(\frac{x}{B_0}, \frac{d}{B_0} \right)$$

$$(8) \quad \frac{\delta}{B_0} = \frac{\delta_0 + \delta_B}{B_0} = \frac{\delta_0}{B_0} (1+m)$$

と図-1 に示す実験よりえられた速度分布を式(3),(4)に代入して計算したせん断力および渦動粘性の分布を図-1 に示す。

こゝに、 δ_B は境界層厚、 δ_0 は最大流速点より $1/2$ 最大流速点までの距離、 U_0 は噴出流速である。

主流部の渦動粘性は主流部流れの場合全体でほぼ一様であることより、流過距離 $x/B_0 = 40$ の断面で $1/2$ 最大流速点の渦動粘性



の値を表-1に掲げる。これらの値は円柱後流および自由噴流の渦動粘性と一致する値である。

主流部の乱れの影響は壁面に近づくとき急速に消滅していく筈であることより、境界層を渦動粘性が役割をなさない粘性底層と壁面粗度起因する渦動粘性が一様である乱流底層との壁面支配領域と主流部の乱れの影響を受ける外層とに分け、図-1の結果より外層のせん断力および渦動粘性の分布を次式で仮定する。

$$(9) \frac{\tau}{\rho} = u_*^2(1-\eta) \quad (10) \frac{E}{u_* \delta_B} = K\eta(1-E\eta) \quad u_* = \frac{\tau_0}{\rho}, \quad E = 1 - \frac{\alpha u_m \delta_0}{K u_* \delta_B}, \quad \tau_0: \text{壁面せん断力}$$

粘性底層では渦動粘性を、外層では流体粘性を省略し、粘性底層および乱流底層の境界面高さをそれぞれ η_1 とし、各層の境界面で速度および渦動粘性を連続せうと、境界層流れの大部分を占める外層の速度分布として Prandtl-Kármán の対数則と同形の次式を得る。

$$(11) \frac{u}{u_*} = \frac{u_* \delta_0}{\nu} \left(\eta_1 + \frac{\eta_2 - \eta_1}{1 + E_*} \right) + \frac{1-E}{KE} \ln \left| \frac{1-E\eta}{1-E\eta_2} \right| + \frac{1}{K} \ln \frac{\eta}{\eta_2} \quad 1 + E_* = K\eta_2(1-E\eta_2) \frac{u_* \delta_0}{\nu}$$

表-1 渦動粘性

$\frac{d}{B_0}$	$\frac{\delta_0}{\delta_0}$	$\frac{E}{u_m \delta_0}$	$\frac{E}{u_* \delta_0}$
—	0.160	0.0262	0.0067
0.021	0.240	0.0287	0.0068
0.076	0.300	0.0334	0.0075
0.11	0.330	0.0358	0.0077
0.21	0.390	0.0385	0.0083
0.35	0.455	0.0455	0.0088

東原によると、Vortex-typeの乱流境界層厚さは次式で与えられる。

$$(12) \eta_2 - \eta_1 = \frac{d}{\delta_0} (1 - \exp(-0.055(\frac{u_* k_s}{\nu} - 3.0)))$$

$E=1$ とし、式(11)と Nikuradse の実験結果と比較すると、速度勾配より $K=0.4$ が得られる。 $u_* k_s / \nu \leq 3$ となる領域での粘性底層の厚さは

$$(13) \frac{u_* \delta_1}{\nu} = 11.64$$

と求まる。粗度 Reynolds 数が比較的大きい場合には近似的に粘性底層は

$$(14) \frac{u_* \delta_1}{\nu} = 8.5 - \frac{1}{K} \frac{k_s}{\delta_0}$$

となり、相当粗度が入るほど粘性底層は薄くなる。

非定常圧縮性の境界層運動方程式を排除し、運動量厚および最大流速の減衰則で書きまわると次式となる。

$$(15) \left(\frac{u_*}{u_m} \right)^2 = \frac{d\theta}{dz} - \frac{1}{2} \frac{\delta_B}{B_0} \left(2 \frac{\theta}{\delta_0} + \frac{\delta_*}{\delta_0} - 1 \right) / \left(\frac{x+x_0}{B_0} \right)$$

先に得られた速度分布則および表-3の主流部渦動粘性を用いて、式-(15)でもって計算した境界層の発達および抵抗係数を図-2, 3で表す。図-3の実測抵抗係数値は対数分布則が成立するとして速度勾配より求めたものである。

計算値と実測値とのきわめて良好なる一致がみられたことより、仮定の妥当性が確かめられたものと思う。

図-2 境界層の発達

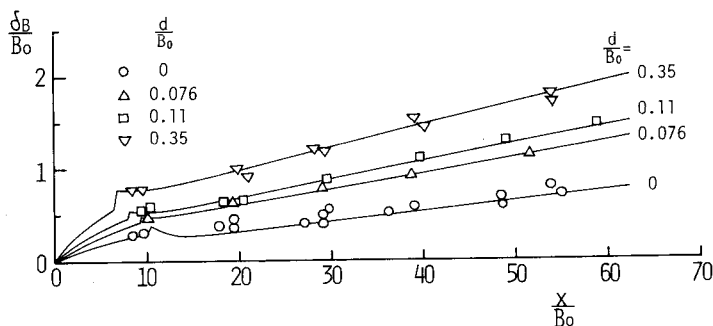


図-3 抵抗係数

