

九州大学 工学部 正員 上田 年比古
正員 神野 健二
・学生員 麻野 和志

序 地下密度流の現在までの解の多くは淡塩界面面上での分散や分子拡散を無視した場合をとり扱っている。(1)が1) 塩水楔のようにその界面の長さが大きい場合や砂粒径などが大きい場合には界面での混合は無視できないであろうし、これは地下水の塩水化の原因であると考えられる。このため混合の原因となる主要因と(1)代表砂粒径②空気率③透水係数④密度差などを物理特性量と(2)含む解が求めらるることが望ましいと考え、本報では図-1に示すような塩水飽和地盤中を上昇する淡水が周囲の海水との間で分散・混合をする場合の解析と実験を行なつた。

1 基礎式および解の諸導 u, v : x 方向および y 方向の水流速, ρ : 密度, ρ_s : 淡水の密度, ρ_∞ : 海水の密度, λ : 空気率, K : 透水係数, D : 代表砂粒径とする。連続の式 $\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0$ — (1), 静水圧分布を仮定したダルシーの式は 近似的に $\lambda v = K(\rho_s - \rho) / \rho_f$ — (2), 分散方程式は $\partial^2 u (\rho_s - \rho) / \partial x^2 + \partial^2 v (\rho_s - \rho) / \partial y^2 = 2 \left\{ \frac{1}{25} D v \partial (\rho_s - \rho) / \partial x \right\} / \partial x$ — (3) とする。なお $\frac{1}{25} D v$ は武内¹⁾, Harleman²⁾ のシミュレーション及び実験結果とともに、近似的に求めた横方向の分散係数である。なお(1)の小さいところでは分子拡散も無視できといふと思われるが、ここでは無視することとする。

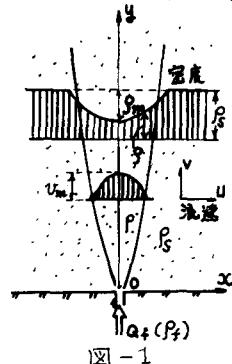


図-1

いま各水深の垂直方向の流速と密度分布には相似則が成り立つと仮定し、 $v, \rho_s - \rho$ を次のようにおく。

$$v = v_m(y) — (4), \quad \rho_s - \rho = \rho_m(y) — (5), \quad \eta = x/R(y) — (6), \quad v_m(y), \rho_m(y) \text{ は中心軸上の値である。} — (4), (5) \text{ 式を} \\ (2) \text{ 式に代入すると } v_m(y) = (K/\lambda) \rho_m(y), \quad (7) \text{ が得られ } v = (K/\lambda) \rho_m(y) f(y) — (7), (1), (7) \text{ 式より } u \text{ を求める} \\ u = -(K/\lambda) \left\{ K d \rho_m(y) / dy \int_0^y f(y) dy - \rho_m(y) d^2 \rho_m(y) / dy^2 \int_0^y f^2(y) dy \right\} — (8), \quad (8) \text{ の式を (3) 式に代入、整理すれば次の諸式をえる。}$$

$$d \rho_m(y) / dy = -(\rho_m / R) d \eta / dy = - \frac{D}{25} \rho_m / R^2 — (9) \quad \text{および} \quad f(\eta) d^2 f / d \eta^2 + (df/d\eta)^2 + f^2(\eta) = 0 — (10)$$

$$(1) \text{ が得られ (9) 式から } R(y) = \sqrt{2Dy/25 + C_1} — (11) \quad \text{および} \quad \rho_m(y) = C_2 / \sqrt{2Dy/25 + C_1} — (12), \quad C_1, C_2 \text{ は} \\ \text{積分定数である。また (10) 式で } f(\eta) \text{ が偶関数であることから } f(\eta) = \cos \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{y} — (13) \text{ をえる。以上の計算} \\ \text{により } v = C_2 (K/\lambda) \cos \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{y} / \sqrt{\frac{2}{25} Dy + C_1} — (14), \quad \rho_s - \rho = C_2 \cos \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{y} / \sqrt{\frac{2}{25} Dy + C_1} — (15) \text{ および (3) 式} \\ u = -(K/\lambda) (d \rho_m / dy) x \cos \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{y} — (16) \quad \text{図-1 は } \cos \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{y} \text{ の圖を示す。変数 } t \text{ のとりうる範囲は} \\ |t| \leq \pi / \sqrt{2} \sqrt{y} \text{ である。また } f(\eta) \text{ に關する (10) 式で } f \text{ の曲率 } df/d\eta < 0 \text{ の場} \cos \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{y}$$

合いか成り立たず、こひよ(3)式で分子拡散を無視してためと考えらる。

そのため $|t| = \pi / \sqrt{2} \sqrt{y}$ では $f(\eta)$ の勾配は有限値ではなくなっていいる。そこで未知数 C_1, C_2 を定めるために次の2つの条件を考える。まず $x=0, y=0$ の原点では $\rho = \rho_s$ に等しいとすると(15)式より $C_2 = (\rho_s - \rho_s) / \sqrt{C_1} — (17)$

また(16)式をみると $|t| = \pi / \sqrt{2} \sqrt{y}$ では $u = 0, v$: で淡水流量を Q_f とす

$$Q_f = 2 \int_0^{\pi / \sqrt{2} \sqrt{y}} \rho_m(x) dx \text{ とす。このひに (16) 式を代入して次式をうる。}$$

$$C_2 = \rho_s \lambda Q_f / \sqrt{2} \sqrt{y} I_0 — (18) \quad \text{ここで } I_0 = \int_0^{\pi / 2} \cos^2 t dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Gamma(\frac{3}{2}) / \Gamma(\frac{1}{2}) = 1.198 \quad (\Gamma \text{ はガンマ関数})$$

よつて(17), (18)式より $C_1 = 0.348 \{ \rho_s \lambda Q_f / \lambda (\rho_s - \rho_s) \}^2 — (19)$ 以上(19)の結果

$$v = 0.59 Q_f \cos^2 \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{y} / \sqrt{\frac{2}{25} Dy + C_1} — (20), \quad \rho_s - \rho = 0.59 \{ \rho_s \lambda Q_f / \lambda (\rho_s - \rho_s) \} \cos^2 \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{y} / \sqrt{\frac{2}{25} Dy + C_1} — (21)$$

いま、 $x_* = x/D, y_* = y/D, v_* = (D/Q_f) v, \Delta p_* = (\rho_s - \rho) / (\rho_s - \rho_s)$ で無次元化すると

$$v_* = 0.59 \cos^2 \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{y} / \sqrt{\frac{2}{25} y_* + 0.348} — (20') \quad \Delta p_* = 0.59 \sqrt{D} \cos^2 \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{y} / \sqrt{\frac{2}{25} y_* + 0.348} — (21')$$

$$\eta = x_* / \sqrt{\frac{2}{25} y_* + 0.348} — (22') \quad \text{ここで } \theta = \{ \lambda Q_f \rho_s / \lambda D (\rho_s - \rho_s) \}^2 — (23)$$

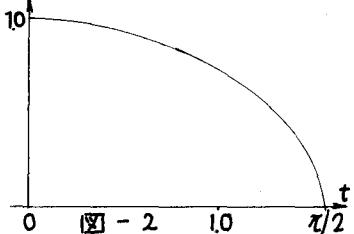


図-2

2. 実験との比較 実験装置は図-3のようすに高さ95cm、幅60cm、奥行き10cmの透明塩化ビニールの箱にほぼ均等に平均粒径 $D=0.275\text{mm}$ のガラス球を詰め、密度 $1.038/\text{cm}^3$ の塩水を飽和させ、下部のスリット(間隔1mm)から淡水を注入した。実験ではスリット出口前(B)と塩水部分(C)との水頭勾配を平均 0.4cm/cm $= 0.004$ として、密度差 $(\rho_s - \rho_f)/\rho_f = 0.03$ に比べて、水頭勾配を十分小さくして淡水の吹き出し強度を小にして、密度差のみで淡水が上昇するようにした。このときの浸透流速は 0.26cm/s で、実質流速で表わす(レインルズ数 $Re = \frac{\rho D}{\eta} = 5.9$ でダルシー則からややそぐっているようであるが実験の傾向)をみると十分であると考えた。塩分濃度計でスリットから15cmの高さで塩分濃度を測定した。この場合浸透層を出て淡水が砂粒のない部分を上昇するとき、周囲の塩水との連合作用のために濃度分布の測定に多少の誤差が考えらえた。いま計算値と実験値を比較してみよう。図-4には、図-3のA部の実測の濃度分布と、淡水流量の測定值Q_fから無次元バラメータMを求め、(21)式で算定した濃度分布とを示す。Mの計算式は $(\rho_s - \rho_f)/\rho_f = 0.03$, $R = 3.45\text{cm}$, $\lambda = 40\%$ を用いた。図の中心軸上の値はほぼ近似しているが、中心からはずむると相違が大きくなっている。また、本報では分子拡散を考慮していないため(21)式の濃度分布は $y=95\text{cm}$ の点で塩水密度に近く一致して実際の現象とは異なる。つぎに図-5は中心軸上 $y=95\text{cm}$ での $\rho_s(\rho_f)$ の実測値と測定 Q_f による(23)式の計算値との比較である。実験範囲では、ほぼよい一致を示しているといえる。

3. 本報は現象をマクロ的にみて解であって、 $\nabla \text{塩濃界面} / \nabla \text{y} = IR/\sqrt{2\pi}$ で、急に密度が塩水密度に一致しているなど、ミクロ的には、実際現象と異なる点がある。また(6)式のMをみると、いすれに外れであります塩水側から水平流速vにより塩分が移流されることはない式形になってしまっている。

一方実際の現象を調査すると上昇する淡水が砂粒により行く手をしばまし、砂粒径のオーダーで左右へ流路が変動する。また着色した淡水をスリットから注入すると流速が小さく、管流状態で流れ、塩濃界面では最初は色素が周囲の塩水と明瞭に区别できるが次第に分子拡散によりぼやけてゆく。以上のように塩濃界面では、砂粒による流路変動と分子拡散により塩分が淡水側へ侵入すると考えられるが、このようにして侵入していく塩分は次に上昇流速v、流路変動および塩水側へおかれ水平流速vの3つの効果をうけて塩濃界面近傍をこうじに移動するものと考えられる。本報の分散係数Dfは(21)式により構成式といふことから、上記の効果のうち流路変動による効果を表わしていると考えられる。このことはAffman³⁾や武内¹²⁾が細管モデルによる粒子群の流路変動の統計的考察から説かれて分散係数が、上記の分散係数と類似の式形とがくつていることから考えても、いえうことである。次に本報では(21)式で、急に塩水密度に一致している点については、ここで用いたダルシーの式(2)では、 $v=0$ で $\Delta p = 0$ となることからみて、分散係数に分子拡散の効果を加えない限り、 $v=0$ と $\Delta p = 0$ が一致することは当然の帰結である。ここでは、本報でえられたマクロの立場に、今後ミクロ立場での混合機構も加えて現象の説明に進みたいと考えている。参考文献 1) 武内 寛: “確率モデルによる体内の流れのシミュレーション”、日本会議論文集第2号、1971. 2) D.R.F. Halesman: “Longitudinal and lateral dispersion in an isotropic medium”, Jour. of Fluid Mechanics vol. 16, 1963 3) P.G. Saffman: “A theory of dispersion in a porous medium”, Journal of Fluid Mechanics No. 6, 1959.

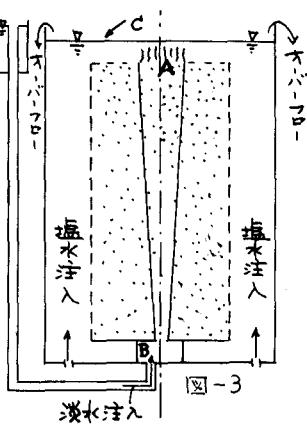


図-3

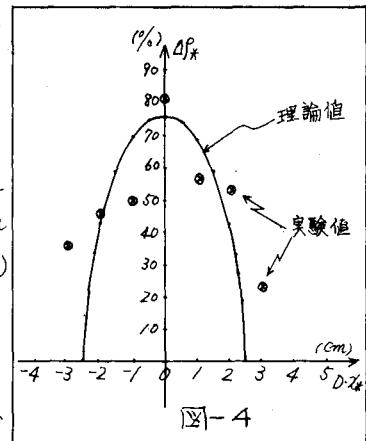


図-4

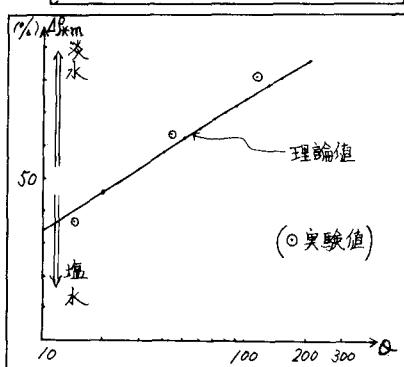


図-5