II-104　流域の地形形態に関する研究

京都大学工学部　正員　岩佐 義朗
京都大学大学院　学生員　○棚橋 通雄
機 動 建 設　中野 正明

(1)はじめに：河道網のトポロジー特性は、河道網の幾何学的特性ならびに流域の形状および構造と密接な関係をもつだけでなく、流域の区分にも大きな影響を与えるという点でも重要である。しかし、流域の複雑な地形形態をより詳しく把握するためには、各種の地形量をも含めて、総合的な解析を行なう必要がある。本報においては、河川流域の地形形態的特性を表わす指標として、トポロジー特性を表わすソース数n，最大位数k，河道長に関する特性を表わす外部および内部リンク平均長l_e，l_i，二次元的特性を表わす外部および内部リンクに付随する平均流域面積a_e，a_i，および三次元的特性を表わす外部リンク平均勾配$\overline{S_1}$および勾配係数を選び、マグニチュード理論に基づく地形則を求める。さらに、このマグニチュード理論に基づく地形則から位数理論に基づく従来の経験的地形則が誘導されることを示す。

(2)河道網のトポロジー特性：対象とする河道網のトポロジー特性を表わす指標として、ソース数n，最大位数kを与えれば、そのほかの河道網のトポロジー特性を表わす地形量は、n，kおよび対象とするリンクのマグニチュードi（$1\leqq i\leqq n$）によって表わされる。その結果をリンク数の期待値m_i^n，標準偏差σ_i^n，平均ソース高さ$\overline{e_i}$，最大ソース高さ$\overline{d_i}$について示すとつぎのとうりである。

$$m_i^n=(n-i+1)Z_iZ_{n-i+1}/Z_n \quad \cdots\cdots(1) \qquad (\sigma_i^n)^2=\{2(Z_i)^2Z_{n-2(i-1)}\cdot{}_{n-2(i-1)}C_2/Z_n\}+m_i^n-(m_i^n)^2 \quad \cdots\cdots(2)$$

$$\overline{e_i}=\begin{cases}1 & (i=1)\\ 2 & (i=2)\\ 1.78\sqrt{i-1} & (i\geqq 3)\end{cases} \quad \cdots\cdots(3) \qquad \overline{d_i}=\begin{cases}1 & (i=1)\\ 2 & (i=2)\\ 3.56\sqrt{i-1}-(1+\log i/\log R_b) & (i\geqq 3)\end{cases} \quad \cdots\cdots(4)$$

ここに、平均ソース高さおよび最大ソース高さは河道の分岐状況ならびに密集度を示す重要な指標で、Jarvisらによって提案されている[1]。平均ソース高さおよび最大ソース高さは、それぞれn個のソースに対する高さの平均値，最大値と定義される。また、高さとは節点と対象流域の最下流端の点を結ぶパス中に含まれるリンク数である。また、R_bは対象河道網の幾何平均としての分岐比である。(1)式から(4)式を求めるにさいしては、『地形的影響が強く作用しない場合には、自然の河道網はトポロジー的にランダムである』という仮定(I)を用いている。また、位数理論による河道網のトポロジーを表わすものとしては、つぎの2つがある。

$$\text{河道数：}N_u=R_b^{k-u} \quad \cdots\cdots(5) \qquad \text{ソース数：}\overline{i_u}=R_b^{u-1} \quad \cdots\cdots(6)$$

(3)マグニチュード理論に基づく地形則：先に述べた仮定(I)とともに『気候および地質条件が一様な流域においては、内部リンク長および外部リンク長はそれぞれ別個の統計的分布をもち、位置に無関係である』という仮定(II)を用いれば、対象流域内のマグニチュードiのリンクより上流の小流域に対する本川長，平均流域長および全リンク長の平均値$\overline{L_i}$，$\overline{EL_i}$，$\overline{\mathcal{L}_i}$は(3)式，(4)式を用いて近似的につぎのように表わされる。

$$\overline{L_i}=\begin{cases}l_e & (i=1)\\ l_e+l_i & (i=2)\\ l_e+l_i(3.56\sqrt{i-1}-2-\log i/\log R_b) & (i\geqq 3)\end{cases} \quad \cdots(7) \qquad \overline{EL_i}=\begin{cases}l_e & (i=1)\\ l_e+l_i & (i=2)\\ l_e+l_i(1.78\sqrt{i-1}-1) & (i\geqq 3)\end{cases} \quad \cdots(8)$$

$$\overline{\mathcal{L}_i}=l_e+l_i(i-1) \quad \cdots\cdots(9)$$

ここで、本川長および平均流域長はそれぞれこのマグニチュードiのリンク最下流端よりi個のソースへ至るパスに対する河道長の最大値および算術平均値と定義した。つぎに、流域の二次元的特性としてリンク面積を考えてみる。外部リンクおよび内部リンクに付随する面積に対しても仮定(II)を適用すれば、対象流域内のマグニチュ

ードiの小流域の集水面積の平均値$\overline{A_i}$はつぎのように表わされる。

$$\overline{A_i}=a_e\cdot i+a_i(i-1) \quad \cdots(10)$$

流域の三次元的特徴を表わす重要な地形量として、マグニチュードiのリンクの高低差h_iとその勾配S_i、そしてこのマグニチュードiのリンクより上流の小流域の本川の高低差H_iおよびBS_i，そして平均流域長と対応する平均流域高低差EH_iおよび勾配ES_iがある。これらの平均的な値はそれぞれつぎのように表わされる。[2]

$$\overline{S_i}=\overline{S_1}\{(1+r_a)i-r_a\}^{SF},\quad r_a=a_i/a_e \quad \cdots(11) \qquad \overline{h_i}=l_e\overline{S_i}\ (i=1),\quad \overline{h_i}=l_i\overline{S_i}\ (i\geq 2) \quad \cdots(12)$$

$$\overline{BS_i}=\overline{S_1}\{(1+r_a)i-r_a\}^{SB} \quad \cdots(13) \qquad \overline{BH_i}=\overline{L_i}\cdot\overline{BS_i} \quad \cdots(14)$$

$$\overline{ES_i}=\overline{S_1}\{(1+r_a)i-r_a\}^{SE} \quad \cdots(15) \qquad \overline{EH_i}=\overline{EL_i}\cdot\overline{ES_i} \quad \cdots(16)$$

ここに、SF，SB，SEは個々の流域に対して決まる定数で、それぞれ河道リンク勾配係数，本川勾配係数，平均流域勾配係数と呼び、実測値の回帰分析より求めている。

(4)マグニチュード理論と位数理論の関連性：(6)式で示されるソース数則とマグニチュード理論に対して得られた地形則より，つぎに示す位数に対する地形則が近似的に成立することが証明される。[2]

全河道長則 ： $\overline{\mathcal{L}_u}=\overline{\mathcal{L}_1}R_l^{u-1}$ ，$\overline{\mathcal{L}_1}=l_e$ ，$R_l=R_b(1+r_l)^{\frac{1}{R-1}}$ ，$r_l=l_i/l_e$ ….(17)

本川長則 ： $\overline{L_u'}=\overline{L_1'}(R_l')^{u-1}$ ，$\overline{L_1'}=l_e$ ，$R_l'=\sqrt{R_b}(3.56r_l)^{\frac{1}{R-1}}$ ….(18)

河道長則 ： $\overline{L_u}=\overline{L_1}(R_l)^{u-1}$ ，$\overline{L_1}=l_e$ ，$R_l=R_l'\left(1-\frac{1}{\sqrt{R}}\right)^{\frac{1}{R-1}}$ ….(19)

集水面積則 ： $\overline{A_u}=\overline{A_1}R_a^{u-1}$ ，$\overline{A_1}=a_e$ ，$R_a=R_b(1+r_a)^{\frac{1}{R-1}}$ ….(20)

河道勾配則 ： $\overline{S_u}=\overline{S_1}R_s^{1-u}$ ，$R_s=R_a^{-SF}$ ….(21)

本川勾配則 ： $\overline{S_u'}=\overline{S_1'}(R_s')^{1-u}$ ，$\overline{S_1'}=\overline{S_1}$ ，$R_s'=R_a^{-SB}$ ….(22)

河道高低差則： $\overline{H_u}=\overline{H_1}R_h^{u-1}$ ，$\overline{H_1}=l_e\cdot\overline{S_1}$ ，$R_h=R_l/R_s$ ….(23)

本川高低差則： $\overline{H_u'}=\overline{H_1'}(R_h')^{u-1}$ ，$\overline{H_1'}=l_e\cdot\overline{S_1}$ ，$R_h'=R_l'/R_s'$ ….(24)

(5)流域のトポロジー特性を表わす指標：(1)式および(2)式で表わされる河道リンク数の期待値および標準偏差は仮定(I)を用いて求められたものであるから、対象としている河道網に対する地質的影響の強弱を表わす地質制御指数Gをつぎのように表わすことができる。

$$G=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|M_i^n-m_i^n|/\sigma_i^n \quad \cdots(25)$$

また、河道網のトポロジー特性を表わす指標として、平均ソース高さおよび最大ソース高さの近似的理論値e_m，d_mとそれぞれの実測値E_m，D_mを用いてr_e，r_dをつぎのように表わすことができる。[3]

$$r_e=100\cdot(E_m-e_m)/e_m \quad \cdots(26) \qquad r_d=100\cdot(D_m-d_m)/d_m \quad \cdots(27)$$

表1・表2に測定した10河川に対するGおよびr_e，r_dを示す。

River	G
Shingu	0.723
Tozu	0.795
Kitayama	0.801
Kizu	0.750
Katsura	0.775
Ōi	1.036
Ibi	0.867
Ado	0.957
Yasu	0.966
Echi	0.957

Table 1.

(6)結語：以上により流域全体の巨視的特徴を示す指標の相互関係が明確になった。また、任意のマグニチュードiに対してこのリンクおよび上流の小流域の地形量を知ることができるとともに、流域の区分がトポロジー特性のみならず幾何学的特性などをも考慮して行ないえ、地質制御指数などにより個々の流域の特性が定量的により詳しく把握されるようになった。なお、理論値と実測値の比較・検討は講演時に発表する。

River	$\bar{e}_n$ Obs.	$\bar{e}_n$ Calc.	r_e	$\bar{d}_n$ Obs.	$\bar{d}_n$ Calc.	r_d
Shingu	48.1	43.8	9.8	89	81.6	9.0
Tozu	33.3	28.1	18.2	65	51.3	26.7
Kitayama	40.0	27.7	44.4	62	50.4	23.1
Kizu	45.3	34.2	32.8	66	62.3	6.0
Katsura	33.2	30.4	9.1	64	55.8	14.6
Ōi	43.3	26.5	63.3	85	48.0	76.9
Ibi	19.0	18.7	2.0	37	32.3	14.4
Ado	23.0	17.3	33.5	36	29.5	22.0
Yasu	18.8	14.9	26.2	31	25.8	20.2
Echi	14.5	10.8	33.7	23	17.7	30.3

Table 2.

(1) Jarvis, R.S., Wetty, A : Some comments on testing random topology stream network models, W.R.R. 11(2), 1975
(2) 岩佐・小林・棚橋・吉田：河川流域の地形形態的な特徴について，土木学会関西支部年次講演会，S51
(3) 小林信久：流域の地形形態に関する河川工学的研究，京都大学修士論文，1976