II-95　集中型モデルによる流出誤差分析

京都大学工学部　正員　高棹琢馬
京都大学工学部　正員　池淵周一

1．はしがき　日単位以上の流況把握およびその予測は利水計画の基本情報である。従来，観測降雨・流量記録を基に集中型モデルを構成し，この要請に答えてきたが，降雨・流出場の時・空間分布特性を考えるならば，ある時間単位，ある広さの面積での集中型モデルがどの程度の流出誤差をもたらすかを議論しておく必要がある。本研究ではこうした観点から，まず流出系を線形系と仮定し，降雨のランピング誤差が流出誤差に及ぼす影響を考察する。

2．線形系出力値の分散　日単位以上の流出解析においては通常，地下水流出および中間流出成分が主対象となり，流出系は線形系と仮定される。いま，定常入力値の相関関数を$K(\tau)$，定常線形系の応答関数を$h(\tau)$とすると，定常出力値の分散Dは次式で与えられる。 $D=\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}K(i-j)\cdot h(i)\cdot h(j)$ ……(1)

3．降雨の時・空間ランピング誤差　いま，面積雨量の時・空間ランピングによる誤差の相関関数を$K_{n,m}(\tau)$で与える。ここに，nはn日単位，mは既設観測所数である。面積雨量の真値は本来未知のものであるが，M個（＝対象流域面積A／降雨代表面積a，$M \gg m$）の降雨観測所の平均値がほとんど真値を与えると考えると，既設観測所の観測値から求めた面積雨量との差で，ランピング誤差が評価できよう。すなわち，$X_{i,j}$をi地点，j日の降雨量とすると，両者はそれぞれ次式で与えられる。　面積雨量の真値；$\overline{X}_{n,M}(k)=1/n\cdot M\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=(k-1)n+1}^{nk}X_{i,j}$ ……(2)
観測値による面積雨量；$\overline{X}_{n,m}(k)=1/n\cdot\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=(k-1)n+1}^{nk}a_i\cdot X_{i,j}$，$\left(\sum_{i=1}^{m}a_i=1\right)$ ……(3)　したがって，$K_{n,m}(\tau)$は
$E\left[\left\{\overline{X}_{n,m}(k)-\overline{X}_{n,M}(k)\right\}\left\{\overline{X}_{n,m}(k+\tau)-\overline{X}_{n,M}(k+\tau)\right\}\right]$ ……(4)　で評価でき，最終的な結果として次式が得られる。

$$
\begin{aligned}
K_{n,m}(\tau)=\sigma^2/n^2\Bigl[\Bigl[&\sum_{i=1}^{m}a_i^2\bigl(\rho_i(n\tau+n-1)+2\cdot\rho_i(n\tau+n-2)+\cdots+n\rho_i(n\tau)+\cdots+\rho_i(n\tau-n+1)\bigr)+\sum_{i=1}^{M}1/M^2\bigl(\rho_i(n\tau+n-1)+2\rho_i(n\tau+n-2)+\cdots\\
&+n\cdot\rho_i(n\tau)+\cdots+\rho_i(n\tau-n+1)\bigr)-2/M\cdot\sum_{i=1}^{m}a_i\bigl(\rho_i(n\tau+n-1)+2\cdot\rho_i(n\tau+n-2)+\cdots+n\rho_i(n\tau)+\cdots+\rho_i(n\tau-n+1)\bigr)\Bigr]+\delta(\tau-0)\Bigl\{n\sum_{i\neq j,\,i,j=1}^{m}a_i\cdot a_j\cdot\rho_{i,j}(0)+(n-1)\sum_{i\neq j,\,i,j=1}^{m}a_i\cdot a_j\\
&\{\rho_{i,j}(1)+\rho_{j,i}(1)\}+n/M^2\sum_{i_1\neq j_1,\,i_1,j_1=1}^{M}\rho_{i_1,j_1}(0)+(n-1)/M^2\sum_{i_1\neq j_1,\,i_1,j_1=1}^{M}\{\rho_{i_1,j_1}(1)+\rho_{j_1,i_1}(1)\}-2/M\sum_{i=1}^{m}\sum_{j_1=1,\,i\neq j_1}^{M}a_i\cdot\rho_{i,j_1}(0)-2(n-1)/M\sum_{i=1}^{m}\sum_{j_1=1\ i\neq j_1}^{M}a_i\{\rho_{i,j_1}(1)+\rho_{j_1,i}(1)\}\Bigr\}\\
&+\delta(\tau-1)\Bigl\{\sum_{i\neq j,\,i,j=1}^{m}a_i\cdot a_j\,\rho_{i,j}(1)+1/M^2\sum_{i_1\neq j_1,\,i_1,j_1=1}^{M}\rho_{i_1,j_1}(1)-2/M\sum_{i=1}^{m}\sum_{j_1=1,\,i\neq j_1}^{M}a_i\cdot\rho_{i,j_1}(1)\Bigr\}\Bigr]
\end{aligned}
\quad\cdots\cdots(5)
$$

なお，簡単のため式の誘導にあたっては，$E(X_{i,j})=0$，$Var(X_{i,j})=\sigma^2$，$Cov(X_{i,j},X_{i,j+k})=\sigma^2\cdot\rho_i(k)$，$Cov(X_{i,j},X_{i+k,l})=\sigma^2\cdot\rho_{i,i+k}(0)$；$j=l$，$\sigma^2\cdot\rho_{i,i+k}(1)$；$l=j+1$，0；それ以外　としているが，$E(X_{i,j})=m_i$，$Var(X_{i,j})=\sigma_i^2$の場合にも同様に展開できる。ここに，$\rho_i(k)$，$\rho_{i,i+k}(l)$は時・空間相関係数であり，日降雨量（50 mm/day以下）に関しては通常，以下の関係が見出される。 $\rho_i(k)=e^{-\alpha_i\cdot k}$ ……(6)，　$\rho_{i,j}(k)=\delta(k-0)(a+b\cdot c^{l_{ij}})+\delta(k-1)d$ ……(7)　ここに，α，a，b，c，dは地域定数であり，l_{ij}は観測所間距離である。上式(5)からわかるように，$K_{n,m}(\tau)$は$\rho_{i,j}(k)$，$\rho_i(k)$，a_i，mおよびnの関数として表現されたことになる。

4．応答関数の時・空間ランピングにともなう変化　一方，系の線形応答関数の時・空間ランピングにともなう形状変化$h_{n,M}(\tau)$はつぎのように評価した。すなわち，流域面積が大きくなると，貯留効果が大きくなり，その応答がゆるやかになること，時間単位が大きくなると，その応答はパルス的になること，比較的観測所の密な由良川流域での解析結果，これらを総合して，$h_{n,M}(\tau)$を次式で評価した。$h_{n,M}(\tau)=h_{n,M}(0)$；$\tau=0$，$h_{n,M}(\tau)=h_{n,M}(1)e^{-n\cdot(\tau-1)\cdot\beta_{n,M}}$；$\tau\geq 1$ ……(6)，　ここに，$h_{n,M}(0)=f_1(M,\xi)-f_2(M,\xi)\cdot f_3(M,\xi)^{n-1}$，（$f_1>0$，$f_2>0$，$0<f_3<1$），$h_{n,M}(1)=g_1(M,\xi)-g_2(M,\xi)\cdot g_3(M,\xi)^{n-1}$，（$g_1>0$，$g_2>0$，$g_3>1$），$\beta_{n,M}=\alpha/n+\beta/M+\gamma/\xi+\eta$ ……(8)
なお，f_i，g_iはM，ξの線形関数で表現できるようであり，ξは流域形状係数を表わしている。

5．あとがき　以上の$K_{n,m}(\tau)$および$h_{n,M}(\tau)$の評価式を(1)式に代入すると，ある時間単位，ある形状・広さをもった流域面積，およびある観測所網のもとでの集中型モデルによる流出誤差が評価できよう。ここでは，基本フレームの提供にとどめたが，今後は具体的な数値に基づくシミュレートをおこなっていきたい。