

京都大学防災研究所 正員 ○早瀬吉雄

" " 角屋 睦

1. まえがき これまで低平水田地帯の雨水流出現象を不定流モデルで再現する場合、流域を実用上2次の河道網系としてモデル化できることを数値シミュレーションによって確かめるとともに、氾濫基水が大きく非定常性が非常に弱い場合には、さらに単純化できることを現地の観測資料をもちいて検討した。ここでは、低平地水路の流れは、非定常性が弱いことに注目して不定流モデルを単純化することを検討する。

2. 数理モデルと計算法 水田からの流出計算は、これまでと同様貯水池、セキの公式を適用するが、河道の流れに対しては、次のように単純化することを考える。

(1) 不定流モデル (Dynamic Wave Model)

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2QB}{gA^3} \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{N^2 Q |Q|}{A^2 R^{4/3}} = 0 \quad (1)$$

(2) 拡散モデル (Diffusion Wave Model)

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{N^2 Q |Q|}{A^2 R^{4/3}} = 0 \quad (2)$$

(3) 不等流モデル (Non-Uniform Flow Model)

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{N^2 Q |Q|}{A^2 R^{4/3}} = 0 \quad (3)$$

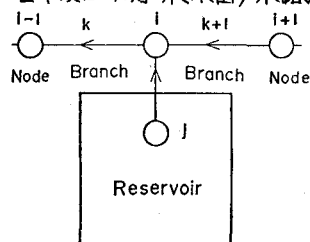
(2) 水田 (Reservoir)

$$\frac{dh_1}{dt} = (r_e + \frac{Q}{A_s}) \quad (4)$$

$$\text{完全越流 } Q = -CB_s h_1 \sqrt{2g h_1} \quad (5)$$

$$\text{落り越流 } Q = -C'B_s h_2 \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (6)$$

H: 水位, Q: 流量, R: 半径, N: 粗度係数, A_s: 水田面積, B_s: セキ巾, C: 越流係数, h₁, h₂: セキ頂から測った水田, 水路の水位



(1) の計算法はこれまで述べたとおりである。拡散モデルの計算法は、拡散係数を $u = h \cdot v / (2 \cdot \partial H / \partial x)$, (h : 水深, v : 流速) とすると収束条件 $\mu \cdot \Delta t / (\Delta x^2) < 1/2$ より陽解法では時間刻み Δt が非常に小さくなるので Crank Nicolson 型の陰解法を使う。図1に示すように、水路、水田の Node を有向枝で結びグラフ理論より次式となる。

i) 水路の Node において

$$W \frac{H^{n+1} - H^n}{\Delta t} = \frac{D_1 Q^{n+1} + D_2 Q^n}{2 \Delta x} \quad (7)$$

ii) 水田の Node において

$$\frac{H^{n+1} - H^n}{\Delta t} = r_e + \frac{D_2 Q^{n+1} + D_1 Q^n}{2 A_s} \quad (8)$$

ここで D_1, D_2 : 水路、水田の接続行列, $D = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix}$ H, Q: Node の水位, Branch の流量列ベクトル, $n, n+1$: $t, t + \Delta t$ 時の値, W: $|D_1| \cdot B$ を対角成分とする行列, r_e : 降雨強度列ベクトル

(2) 式より $K_1 = -AR^{2/3} / (N \sqrt{\Delta x})$, (6) 式より $K_2 = -CB_s h_2 / \sqrt{2g}$, よって $K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}$ 損失水頭列ベクトル F は $F = D^* H$ — (9) ゆえに流量 Q は $Q = K |F|^{-0.5} F$ — (10)

ここで D^* : D の転置行列, (7), (8) 式に (10) 式を代入した式は非線形であるから Newton Raphson 法を用いる。

$$(7), (10) \text{ 式より } \left\{ \frac{2 \Delta x}{\Delta t} W - D_1 (\$_{1m} D^* + \$_{2m} |D^*|) \right\} H_{m+1} = D_1 (\$_{1m} D^* - \$_{2m} |D^*|) H_m + C_1 \quad (11)$$

$$(8), (10) \text{ 式より } \left\{ \frac{2 A_s}{\Delta t} - D_2 (\$_{1m} D^* + \$_{2m} |D^*|) \right\} H_{m+1} = D_2 (\$_{1m} D^* - \$_{2m} |D^*|) H_m + C_2 \quad (12)$$

ここで $m, m+1$: $m, m+1$ 次近似を表す添字, $|D^*|$: D^* の絶対値行列, $\$1 = \frac{1}{2} K |F|^{-0.5}$, $\$2 = \frac{1}{2} F |F|^{-0.5} \frac{\partial K}{\partial H}$, $C_1 = \frac{2 \Delta x}{\Delta t} W H^n + D_1 Q^n$, $C_2 = 2 A_s (H^n / \Delta t + r_e) + D_2 Q^n$,

次に不等流モデルについて述べる。水路のNodeの水位を表わす式は、(7)式の代りに $IDQ=0$ — (13) となり、(11)式の $2dW/dt$ を省略した式となる。一方、水田のNodeの水位を表わす式は(8)式と同じである。

3. 適用結果と考察

単純化した幹線排水路系(図2)に適用する。非定常性の弱い例として幹線排水路下流端で3mm/hrのポンプ排水を行った時の下流端の水位を図3に示す。同図より不定流モデルの解と拡散モデルの解はよく一致している。この場合、不等流モデルは適用できない。次に非定常性の強い例として幹線排水路下流端で水位条件(図4の点線)を流

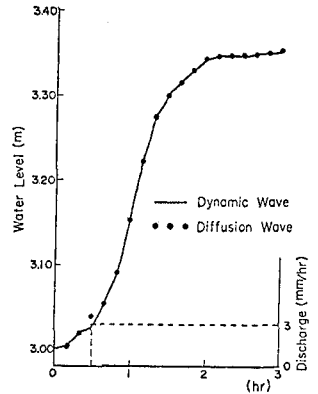
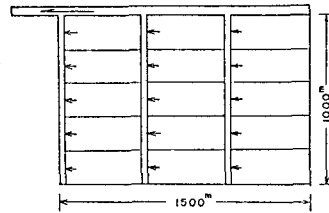


図3 幹線排水路下流端の水位

域全体がに陥するようにピーク水位を3.5mとして与える。図4に幹線排水路下流端の流量を示す。逆流に陥している時間帯では、不定流モデルと拡散モデルの解が若干異なるが大差はない。不等流モデルでは、水路の貯留効果を無視しているため差がやや大きい。

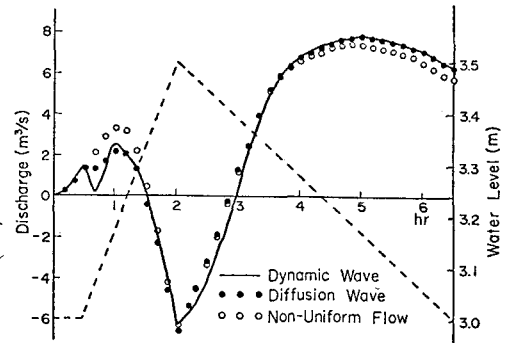


図4 幹線排水路下流端の流量

次に巨農と干拓地(京都市南部)の例について示す。拡散モデルに図5のような流域モデルを採用した。不等流モデルでは距離刻みが任意にとれるので図5より単純なモデルを採用している。幹線排水路の上下流端(図5の1, 20)で実測水位を与え、支線 upstream 端(図5の23, 32)で地区外流入量を与えて計算した結果を図6, 7に示す。図5のNo.7(図6)及びNo.13の実測水位と比較したが各モデルともよく一致している。幹線排水路下流端の流量(図7)については、不定流モデルに比べ拡散モデル、不等流モデルの解は若干差がある。不等流モデルでは水路の貯留効果を無視しているため全般的に早く出過ぎる傾向にある。しかし実用上は不等流モデルでも十分といえる。計算時間については、不定流モデルでは $\Delta t=7.5$ 秒で3.5分、拡散モデルでは行列と収束計算に時間がかかるため $\Delta t=10$ 分で10分、不等流モデルでは $\Delta t=30$ 分で1.5分である。

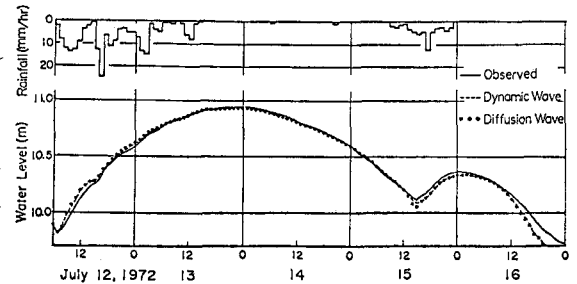


図6 幹線排水路(図5のNo.7)の水位

4. あとがき

に陥排水を伴い非定常性が弱い場合には、不等流モデルでもよさそうである。

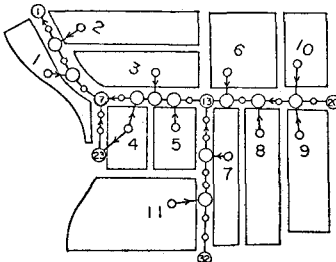


図5 拡散モデルNode-Branch

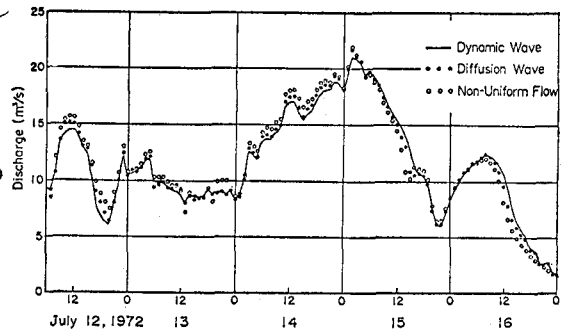


図7 幹線排水路下流端(図5のNo.1)の流量