

東京工業大学 正員 砂田豊吾

東京工業大学 正員 日野幹雄

1. はじめに

最近の十数年間に確率過程論による流出解析は洪水推定精度の向上をもたらした。しかし、流出系の非線型性の研究は未だ不十分のように思われる。1970年、吉川・日野・鋤柄^{2,4)}は遅延フィルター相関法による非線型核の同定法と非線型流出解析を発表した。この方法は、a)計算が単純であること、b)計算メモリ・演算時間が少なくて済むことなどの特長をもっている。しかしながらこの方法の基本的仮定が成立しにくい実際の流域に対して同法を不用意に適用することには問題がある。本報告では遅延フィルター相関法を神流川、相模川の二河川流域に適用した場合の問題点を考え、この方法の基本的仮定を実データの条件に緩和した計算法について検討した。

2. 拡張された遅延フィルター相関法 (Extended δ -Delay Filter Correlation Method)

ある非線型系への入力 x が Gauss 分布をもつ White noise であるとして $x(t)$ とおくとき、この非線型系からの出力 $y(t)$ は通常の δ -F.D. 法では C.M.W (あるいは Wiener-Hermite) 展開により次式で表わされる。

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} G_n[h_n, x(t)] = h_0 + \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1) x(t-\tau_1) d\tau_1 + \iint_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 - \int_{-\infty}^{\infty} h_3(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 \dots \quad (1)$$

ここに h_n : 核、 $x' = x - \bar{x}$ 、 $S_0 = \overline{x^2}$ 、 $h_0 = \bar{y}$ 、 G_n は直交関数である。

一方、同じ非線型系への入力 $x(t)$ とする。 $x(t)$ は非負の平均が ϵ_x で、確率分布が近似的にガウス分布 α White noise とすれば、 $x(t) \rightarrow 0$ 、 $y(t) \rightarrow 0$ の条件のもとにこの系からの出力は Volterra kernel (K_n) を用いて次式のように表わされる。2次までとれば、

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\tau_1) x(t-\tau_1) d\tau_1 + \iint_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\tau_1) x'(t-\tau_1) d\tau_1 + \iint_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_2) x'(t-\tau_1) x'(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \epsilon_x \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\tau_1) d\tau_1 \\ &\quad + 2\epsilon_x \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_2) x'(t-\tau_1) d\tau_1 d\tau_2 + \epsilon_x^2 \iint_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (2) \end{aligned}$$

ここで通常の δ -D.F. 法と同様に、今求めようとする非線型系からの出力と遅延回路系からの出力との積の平均をとることにより、2次まで考えた場合の線型・非線型核は次のように与えられる。

$$K_1(\tau_1) = \frac{1}{S_0} \overline{y(t)x'(t-\tau_1)} - 2\epsilon_x \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\tau_1, \tau_2) d\tau_2, \quad K_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{2S_0^2} \overline{y(t)x'(t-\tau_1)x'(t-\tau_2)}$$

ここに、 $y' = y - \bar{y}$ であり、上式において $\epsilon_x = 0$ とすれば式(1)における Wiener Series における核 h_n に帰着する。

3. シミュレーションデータによる δ -D.F. 法の検証

Wiener による展開を用いる δ -D.F. 法の基本的な性質を調べるためにシミュレーションデータを用いた。Gaussian White noise と入力にして、流出核を想定して $K_1(\tau) = A_1 \tau^2 \exp(-B\tau)$ 、 $K_2(\tau_1, \tau_2) = A_2(\tau_1 \tau_2) \exp(-B_2(\tau_1 + \tau_2))$ と与えて得た出力データを用い、模擬流出推定を行、た結果は図-1 のようになる。連続降雨のもとで非線型性がよく再現されている。

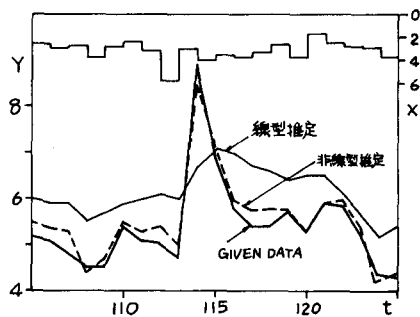


図-1 シミュレーションデータによる推定

4. 実河川への適用

① 通常 δ -D.F. 法について

1) 神流川: 流域面積約370 km² の我が国では平均的な中小河川である。37年の連続データ・最大 lag 30日として得られた流出推定は図-2になる。この流域の日降雨の自己相関はほぼ δ -関数とみなされ、また日降雨と流量の3重相関は $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ であり、強い非線型性も知れて、妥当な結果となっている。

2) 相模川: 流域面積約1200 km² である。1972年7月8日々に通常の δ -D.F. 法と最大 lag 20日として適用した。図-3は日降雨の自己相関を示している。流出推定は図-5, 6の破線となり結果は良くない。

② 拡張 δ -D.F. 法について

降雨入力もガウス分布の非負の片振れとする式(2)は、より実データに即しているものと考えられる。しかし降雨データ中で無降雨日数が50%と越えることも多く

しかも強降雨日数の割合は非常に小さいと考えるのがさらに一般的である。特に相模川データの場合はこの点と無視できず、このままでは非線型性の情報の割合が少くなり良い結果は得にくい。そこで無降雨期間を含むこの種の連続データのために、降雨平均強度 $S_0 = \bar{x}^2$ と修正し $S_0 = (\bar{ax})^2$ とする。拡張された δ -D.F. 法とこのようにして適用した結果は図-5, 6の細実線のようになる。無降雨日数に関係すると思われる α については今後理論的検討を加える必要がある。

図-4での $\sigma_1(\sigma_2) = 6$ にピークが生ずるのはこの年の強降雨の周期性と中間流の影響によるものと考えられ、非線型流出に注目して lag=5 などとして流出推定を行、結果は図-5, 6の点線のようになる。

参考文献

- 1) Lee, Y. W. & Schetzen, M.: Int. J. Control. Vol. 2 No. 3 (1965)
- 2) 吉川 日野 鋤柄: 東京工大土木研究報告, No. 8 (1970)
- 3) Hino, M., Sukigara, T. & Kikkawa, H.: Proc. 1st US-Japan Seminar in Hydrology (1971)
- 4) 鋤柄: 東京工業大学修士論文 (1971)

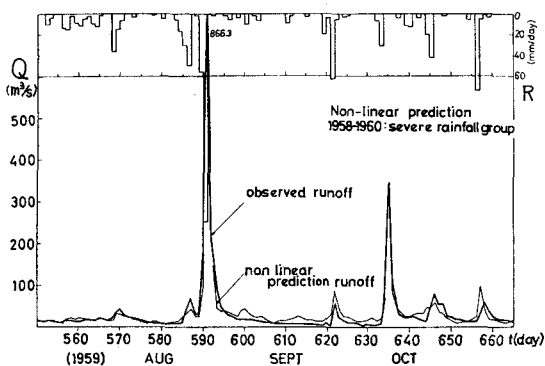


図-2 (神流川)

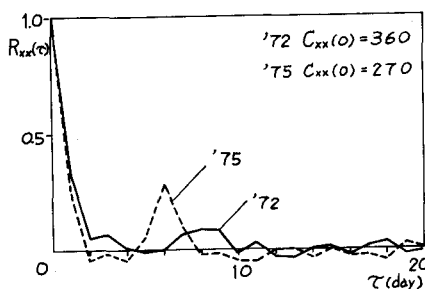


図-3

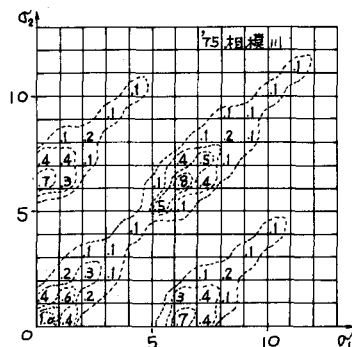


図-4 正規化された3重相関関数

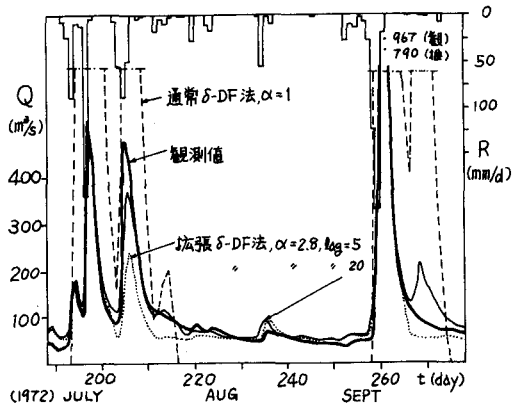


図-5 (相模川 '72)

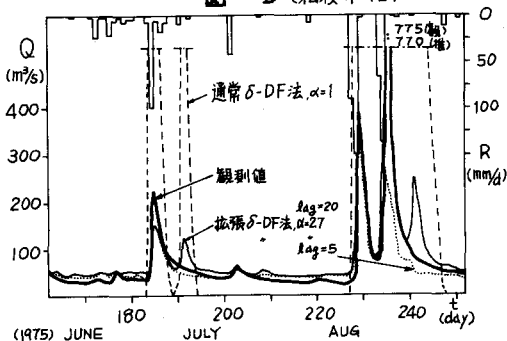


図-6 (相模川 '75)