

東京大学大学院 学生員 河西 基
山梨大学工学部 正員 萩原能男

1.はじめに

流出解析としては、決定論的あるいは確率統計論的なアプローチによる二つの立場に大別されて、多くの研究がなされてきている。しかしながら、流出現象は本来非線型性をもつために、現象そのものはきわめて複雑である。したがって、この非線型系の本質を解明することが一つの重要な課題となっている。

著者らは、流れの基礎式において慣性項などのすべての項を考慮し、特性曲線法による洪水追跡の手法を用いることにより、^{(1), (5)} 単位図における非線型効果の特性について検討を行なう。

2.基礎方程式

流速分布が一様な幅の広い矩形断面水路を仮定して、次のような運動方程式および連続の方程式を用いる。⁽³⁾

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \cos \theta \frac{\partial y}{\partial x} = (i - f + \frac{2g_L}{B}) \frac{V}{y} - \frac{\tau_0}{PR} + g \sin \theta \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} + V \frac{\partial y}{\partial x} + y \frac{\partial V}{\partial x} = i - f + \frac{2g_L}{B} \quad \dots (2)$$

ここに、 V ：平均流速、 y ：水深、 i ：降雨強度、 f ：浸透能、 g_L ：単位長さでの横流入量、 R ：径深、 B ：水路幅、 τ_0 ：底面摩擦応力、 P ：水の密度、 g ：重力の加速度、 θ ：水路の傾斜角、 x ：距離、 t ：時間である。

3.特性曲線法⁽³⁾

(1) 計算基本式 上式(1)および(2)から、次の特性方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \text{曲線}(C^+): \frac{dx}{dt} &= V + \sqrt{g \cos \theta \cdot y} \quad (\text{の上で}) \\ dV &= -\sqrt{\frac{g \cos \theta}{y}} \cdot dy + (\xi + \sqrt{\frac{g \cos \theta}{y}} \cdot \eta) dt \end{aligned} \right\} \dots (3) \quad \left. \begin{aligned} \text{曲線}(C^-): \frac{dx}{dt} &= V - \sqrt{g \cos \theta \cdot y} \quad (\text{の上で}) \\ dV &= \sqrt{\frac{g \cos \theta}{y}} \cdot dy + (\xi - \sqrt{\frac{g \cos \theta}{y}} \cdot \eta) dt \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

ここに、 $\xi = i - f + 2g_L/B$ 、 $\eta = \xi \cdot (V/y) - \tau_0/(PR) + g \sin \theta$ $\dots (5)$ である。

初期条件及び境界条件を与えて $x \sim t$ 平面上を C^+ , C^- の特性曲線でおおい、差分法を用いて数値計算を行なうことにより、 $x \sim t$ 平面上の各点における諸水理量を順次求める。すなわち、上式の関係より、第1図のよう、A および B の二既知点での諸水理量を用いて、未知点 P の諸量は次式のように求められる。

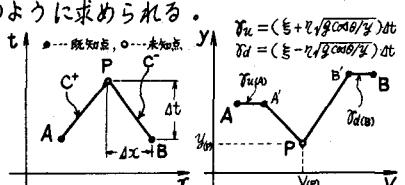
$$t_{(m)} = (XCB - XCA)/(BU_{(n)} - BD_{(n)}) \quad \dots (6)$$

$$X_{(m)} = (BU_{(n)} \cdot XCB - BD_{(n)} \cdot XCA)/(BU_{(n)} - BD_{(n)}) \quad \dots (7)$$

$$Y_{(m)} = (VCA - VCB)/(\sqrt{g \cos \theta / y_{(n)}} + \sqrt{g \cos \theta / y_{(m)}}) \quad \dots (8)$$

$$V_{(m)} = (VCA \cdot \sqrt{g \cos \theta / y_{(n)}} + VCB \cdot \sqrt{g \cos \theta / y_{(m)}}) / (\sqrt{g \cos \theta / y_{(n)}} + \sqrt{g \cos \theta / y_{(m)}}) \quad \dots (9)$$

$$\text{ここに}, \quad BU_{(n)} = V_{(n)} + \sqrt{g \cos \theta / y_{(n)}} \quad , \quad BD_{(n)} = V_{(n)} - \sqrt{g \cos \theta / y_{(n)}} \quad \dots (10)$$



(図-1) Scheme

$$\left. \begin{aligned} XCA &= X_{(n)} - BU_{(n)} \cdot t_{(n)} \\ XCB &= X_{(n)} - BD_{(n)} \cdot t_{(n)} \end{aligned} \right\} \dots (11), \quad \left. \begin{aligned} VCA &= BU_{(n)} + (\xi_{(n)} + \eta_{(n)} \sqrt{g \cos \theta / y_{(n)}}) (t_{(m)} - t_{(n)}) \\ VCB &= BD_{(n)} + (\xi_{(n)} - \eta_{(n)} \sqrt{g \cos \theta / y_{(n)}}) (t_{(m)} - t_{(n)}) \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

である。

(2) 初期条件と境界条件 本論文においては、次のような条件が与えられる場合を仮定した。

1) 初期条件 流路全域にわたり一定の初期流量(基底流量)が与えられると仮定し、不等流の背水計算により、各分割点における水深をまず決定する。ここにおいて、初期の流れの状態が射流の場合、上流端で等流水深を与えて下流側へ計算を進める。また、常流の場合には、下流端で限界水深に近い値を与えて上流側へ計算を進める。他の諸水理量の初期値については、計算された水深を用いて定められる。

2) 上流端境界条件 ここでは、常に基底流量(Q_b)が保持されると仮定し、次の計算式を用いる。

$$Y_{(P)} = \left\{ -VCB + \sqrt{VCB^2 + 4/\sqrt{g} \cos \theta / Y_{(M)}} (Q_b/B) \right\} / (2/\sqrt{g} \cos \theta / Y_{(M)}) \quad \dots \dots (13)$$

$$t_{(P)} = -XCB/BD_{(M)} \quad \dots \dots (14), \quad V_{(P)} = Q_b / (B \cdot Y_{(P)}) \quad \dots \dots (15) \quad [\text{図-2 参照}]$$

1) 下流端境界条件 ここでの条件は、流れの状態が常流である場合に必要となる。そこで、第3図のような支配断面を仮定することにより、限界水深を与えることとする。特性曲線 C^+ 上の式(3)の関係から、次のような計算式が得られる。

$$t_{(P)} = (L - XCA)/BU_{(A)} \quad \dots \dots (16), \quad V_{(P)} = \{-1 + \sqrt{1 + 4\beta \cdot VCA}\}/(2Z) \quad \dots \dots (17)$$

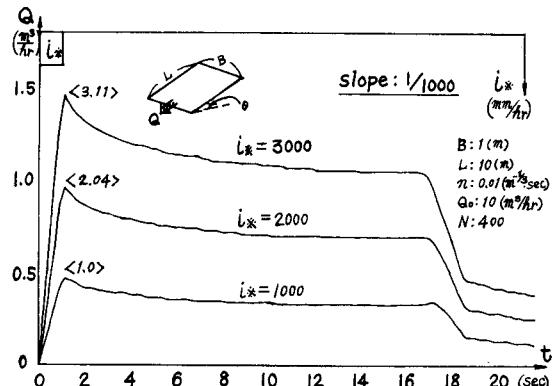
$$Y_{(P)} = (VCA - V_{(P)}) / \sqrt{g \cos \theta / Y_{(A)}} \quad \dots \dots (18)$$

ここに、 L : 水路長、 $\beta = 1 / \{\cos \theta / \sqrt{g} \cdot Y_{(A)}\}$ である。

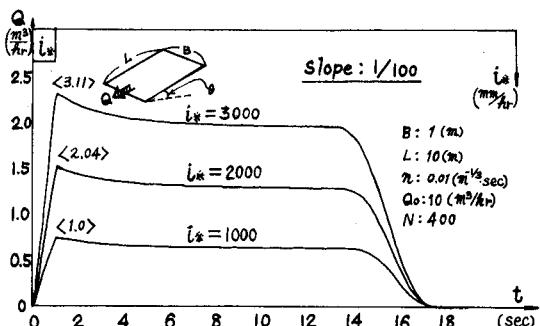
(3) 特性曲線網の乱れに対する補正について 上述のような特性曲線法においては、特性曲線網が乱れるために計算困難になる場合があり、特に射流の場合においてこの傾向が顕著となる。そこで、本論文では、図解法上において隣接する格子点間の諸水理量が直線的に変化するものと仮定し、近似計算によって規則的な格子点での諸量を求めるように、補正計算を施して図解法を進める。

4. 結果の考察とまとめ

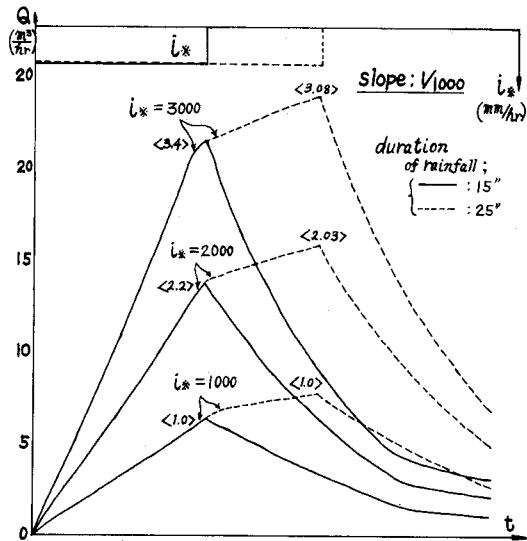
第4図および第5図は、単一斜面の下流端における流出ハイドログラフを計算例として示したものである。ただし、本論文では、 $i_* = i - f + 2g/B$ を有効降雨と表す、降雨強度と降雨継続時間をパラメータとして、ハイドログラフを計算した。非線型効果の指標としては、ピーク到達時刻とピーク流量の二つが考えられる。前者については、非線型効果が全くみられなかった。一方、後者は図中 <> 内に示したように、降雨強度の増加とともに非線型的に増大する傾向にあることが示された。計算誤差が含まれるなどの問題点もあるが、以上のような解析を行うことにより、単位図の非線型性などの諸特性について、より水理学的な議論が可能になると考えられる。



(図-5-a) Hydrographs of catchment outflow (mild slope)



(図-4) Hydrographs of catchment outflow (step slope)



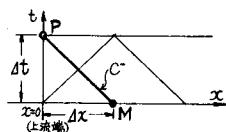
(図-5-b) Hydrographs of catchment outflow (mild slope)

<参考文献> 1) 萩原, 河西: 表面流出に関する一解析手法, 第3回関東支部年譲, PP.155~156, 1976.1月. 2) “水文学”: 朝倉書店, PP.104~112.

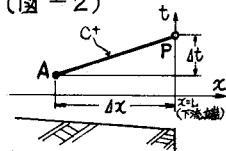
3) P.S. Eagleson: "Dynamic Hydrology" McGraw-Hill, PP.325~367. 4) "土木工における数値解析-流体解析編": サイエンス社, PP.98~117.

5) 末石富太郎: 特性曲線法による出水解析について, 土木学会論文報告集第27号, 昭30.12月, PP.74~87. 6) “物水理学”: 岩波書店, PP.292~301.

7) C.Taylor, G.Al-Mashaidai & J.M.Davis: A Finite Element Approach to Watershed Runoff, J.O.Hydro. vol. 21, 1974, PP.231~246.



(図-2)



(図-3)