II-74　動的感度分析法の実用化のための基礎的研究

近畿大学大学院　学生員　西村　克己
近畿大学理工学部　正　員　江藤　剛治

1. はじめに

低平地都市河川の水理学的挙動をシステム的にみれば，分布定数システムであり，非線形・非定常システムである。本研究では，このようなシステムの感度分析のために筆者らの提案した動的感度分析法[1),2)]の実用化のための基礎的検討を行っている。

2. 動的感度分析法

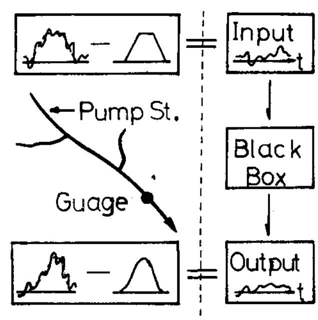
下流潮位・外水・ポンプによる内水排除など，多くの自然的・人為的要素に直接的な影響を受ける低平地都市河川の洪水防御において，全施設を稼動したとき特定の1施設（たとえば1つのポンプ排水量）の各防御点の流況への影響を調べることは困難である。まして各防御点の水理量に影響する諸条件の全ての組み合せに対して分析を行なうことは，組み合せ数も莫大となり，現実には不可能に近い。筆者らの動的感度分析法によれば，このような分布定数・非定常・非線形（ただし弱い）システムに対して，時々刻々かなりの組み合せ数に対して同時に感度分析を行うことが可能となる。動的感度分析法の概念は，以下のとおりである。

ⅰ）分布定数システムとしての不定流シミュレーションを2系統行なう。その一方に今対象とする人為的操作（たとえばポンプ排水量）にガウス雑音を加える。加えた雑音を入力信号とする。

ⅱ）各洪水防御点の水理量（たとえば水位）について，ⅰ）の2系統の計算結果の差を出力信号とする。

ⅲ）以上の入力信号が，いかなる変換により出力信号となって現われるかを集中定数システムに対する動的システム分析の手法を用いて解析する。

換言すれば，人為的に加えた雑音成分にのみ注目することによって，対象としている分布定数システム型の問題を集中システム型に置き換え，これに対して適当な制御工学の手法を適用して，時々刻々の感度を分析しようというわけである。（図－1参照）



シミュレーション部　　同定部

図－1　動的感度分析法概念図

3. 同定部

本研究において，感度の同定部にはカルマン・フィルター理論[3)]を用いた。以下にその基本式を示す。

$$\begin{cases} \boldsymbol{h}_{K+1} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{h}_K + \boldsymbol{W} \\ \boldsymbol{Z}_{K+1} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{h}_{K+1} + \boldsymbol{V} \end{cases} \qquad (1)$$

ここで$\boldsymbol{h}_K$：求めるパラメーター，$\boldsymbol{\Phi}$：KからK＋1ステップへの遷移時の$\boldsymbol{h}_K$の変換行列，$\boldsymbol{Z}$：観測量ベクトル，$\boldsymbol{M}$：状態量の変化を表わす行列，$\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{W}$：誤差ベクトル。

この$\boldsymbol{V}$の分散行列が$\boldsymbol{R}$，$\boldsymbol{W}$の分散行列が$\boldsymbol{Q}$，推定誤差の共分散行列が$\boldsymbol{P}$である。

4. 計算例

今回は適用性を検討するために，できるだけ簡略化したシステムに対して検討を行った。すなわち図－2に示すような一つのポンプ排水のみを有する一本の河道を計算対象とした。シミュレーション部にはLax－Wendroff 法を用い，差分計算の距離差分単位は1 Km，時間差分単位は100秒とした。

入出力雑音については，次の条件で計算を行なった。

ⅰ）入力雑音は，ポンプ排水にのみN（0,1）m^3/Sのガウス雑音を加えた。

ⅱ）出力雑音は，ポンプ排水の下流の防御点A（等流部），および防御点B（塞上げ部）の水位差としてとり出した。また同定部においては，ポンプ操作の時間単位ΔTで平均化したものを入出力雑音とした。

数値計算による主たる検討項目は以下のとおりである。

ⅰ）同定部における，$\boldsymbol{P}$の初期値および$\boldsymbol{Q}$，$\boldsymbol{R}$について

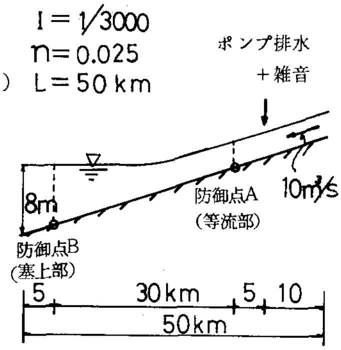
ⅱ）入力雑音特性と入出力雑音の相関特性（自己相関関数・相互相関関数）

ⅲ）入出力雑音の持続性と計算時間範囲NΔTの関係

ⅳ）入出力雑音の持続性とポンプ操作のための時間単位ΔTとの関係

ⅴ）非線形項の影響度について。この場合，同定部入力としてシミュレーション部入力の2乗項までを非線形項として導入した。

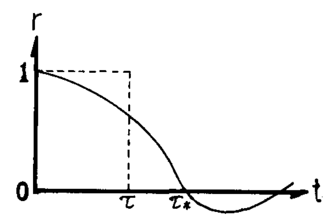
以上について，パラメーターの同定精度，および現象の非定常性に対するパラメーターの時間追随性の両面（両者をあわせて同定効率と呼ぶことにする）について検討を行なった。



図－2　計算例説明図

5.　結果

入出力雑音の持続性については，図－3に示す自己相関関数から，$\tau=\int_0^{\tau*} r(t)\,dt$ として定義したある種の時定数を採用した。これは乱流理論における Integral Scale に対応する。入力に対するτ_I，出力に対するτ_0を表－1にまとめる。つぎに，同定部におけるパラメーターの時間追随性と，同定精度について以下のような誤差の評価を行なった。（式中最確値を‘ ^ ’，誤差を‘ ~ ’で表わす。）



図－3　入出力雑音の相関関数

a．$B=\sqrt{\sigma_e^2+\sigma_e'^2}\,/\sigma_0$

b．$\hat{h}_n/h_n^0$

ここに，$\sigma_e^2=E(\tilde{Z}Z^T)$，$\sigma_e'^2=E\{(M\tilde{h})(M\tilde{h})^T\}$

σ_eは推定値と実測値の誤差を意味する。一方$\sigma_e=0$であっても，推定値を実測値に無理にあわせるために，同定したパラメーター$\hat{h}$には大きな誤差が含まれているかもしれない。この効果がσ_e'で表わされている。b.の基準は，h_nの正しい値と考えられる値h_n^0に対する推定値$\hat{h}_n$の比率を示している。

表－1　雑音のIntegral Scale
（単位：分）

ρ	τ_I	τ_0 A	τ_0 B
0.0	0	19	43
0.5	3	22	44
0.7	6	25	45
0.8	8	28	46
0.9	16	34	50
0.95	33	43	59

以上の計算により次のような結果が得られた。

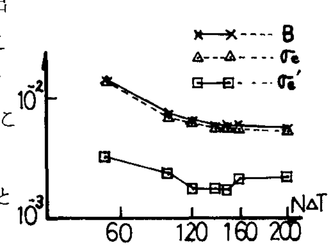
ⅰ）入力雑音の自己相関係数ρは0に近い方が同定効率がよい。

ⅱ）$\boldsymbol{Q}$は$\boldsymbol{O}$の場合同定効率がよく，$\boldsymbol{R}$は同定効率にそれほど影響しないが10^{-38}以下では発散する。最適の$\boldsymbol{R}$の値は10^{-5}であった。

ⅲ）$\boldsymbol{P}$の初期値は10^{-1}～10程度であれば，同定効率にはとんど影響しない。

ⅳ）NΔTとσ_e，σ_e'，Bの関係を図－4に示す。この結果よりNΔTは，出力雑音のτ_0の5倍以上であればよいと考えられる。しかし，あまり長く（この図において160分以上）とると同定精度σ_eはよくなるが，同定パラメーターの安定性に関する誤差σ_e'が大きくなる。つまり，NΔTをあまり長くすることは，無意味である。よってNΔT$\approx5\tau_0$～$10\tau_0$が望ましい。

ⅴ）ΔTは実際のポンプ操作により決まるものであるが，$\tau_I<\Delta T<\tau_0$となるように決定すればよい。



図－4　N△Tと誤差の関係

ⅵ）非線形項の影響は線形項に比して無視できるほどに小さかった。

〔参考文献〕　1）江藤：動的感度分析法の提案と低平地洪水防御への適用，第20回水理講演会論文集，1976年2月

2）江藤・西村：動的感度分析法の内水問題への適用，昭和51年度関西支部年次学術講演会講演概要

3）日野幹雄：水文流出系予測へのカルマン・フィルター理論の適用，土木学会論文報告集，第221号，1974年1月