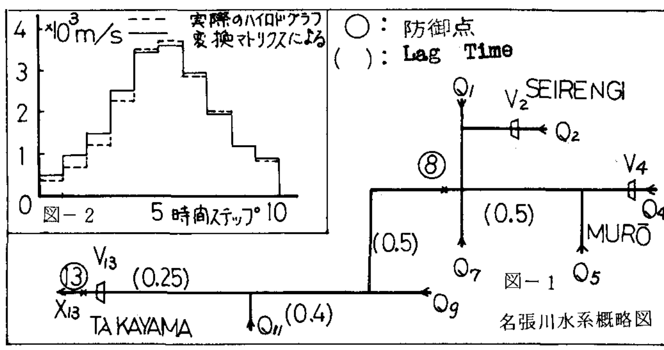
II-70　ピーク流量最小化を主目的とする貯水池群操作の新解法

近畿大学理工学部　学生員　前田　剛
近畿大学理工学部　正　員　江藤　剛治

1. はじめに：　本報告では洪水波形が与えられたとき，洪水制御，特にピーク流量最小化を主目的とし，利水のために洪水終了時における貯留量を最大化することを副次的目的とした貯水池群操作問題のＬＰによる解法を示している。この種の問題に関してＬＰによる解法が非常に有効であることは広く知られているはずであるが，いまだ我国では実用化に至っていない。その理由は下記のごとき技術的問題点の存在が危惧されているからであろう。　ｉ）洪水波形の伝播過程における水理学的非線形効果，　ⅱ）次元性の制約，ⅲ）複雑かつ微妙な問題を含む実際の操作目的を計算上可能な形で定式化できるかどうかに対する危惧。

最初の問題点は各洪水規模に対して適当な線形化を行なえば，かなりな精度で現象を再現しうる。第２の問題点に関してはＬＰの計算には種々の有効なアルゴリズムが開発されており，これらを用いることによりこの程度の規模の問題は実用上何ら問題なく解くことができる。たとえば上界を有する変数に対するシンプレックス法，Dantzig−Wolfe の分解 アリゴリズムなどが有効に利用できる。一方実際の大貯水池群システムに対しては，このようなアルゴリズム上の分解の他に 物理的に分解（独立あるいはある法則に従って貯水池１つづつに対して解を求めて行く）あるいは等価単一化が精度上許される場合が多い。よって最後の問題，すなわち複雑な実際の操作目的をアルゴリズム上実用的な形で定式化できるかどうかが残された最大の問題点となる。本報告は実際の貯水池群操作問題（淀川支川名張川，高山・青蓮寺・室生の３ダム群）に対する解析例により，以上の考察に対する検証，および実用性の高い目的関数の設定とそのアルゴリズムの提案を行ったものである。（図−１参照）



図−２
図−１　名張川水系概略図

2. 現象の線型系による表示：

<u>河道流下過程</u>：ある河道区分への時間ステップｎでの流入量をX_j^n，河道区分からの流出量をY_j^nとするとき，$\boldsymbol{Y}_j = \boldsymbol{T}_j \boldsymbol{X}_j$ …(1)

ここで，$\boldsymbol{X}_j = (X_j^1, X_j^2, \cdots X_j^n \cdots X_j^N)^T$

$\boldsymbol{Y}_j = (Y_j^1, Y_j^2, \cdots Y_j^n \cdots Y_j^N)^T$

$\boldsymbol{T}_j$は線型変換マトリクスである。

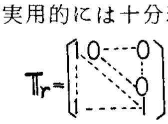
$\boldsymbol{T}_j$は線型であるということ以外特に制約はないが，たとえば線形河道を仮定する場合は，次のように表わされる。いまｊ番水路における洪水伝播時間を（$l_j + \triangle l_j$）と表示する。ここでl_jは整数部，$\triangle l_j$は小数部とすると次式が成立つ。$l_j + \triangle l_j = L_j/(\triangle t c_j)$ …(2)　ここにc_jは洪水伝達速度で各河道区分に対して一定である。△ｔは計算時間単位。この時，時間ステップｎのｊ番水路上流端への流入量X_j^nは$X_j^n \cdot (1-\triangle l_j)$が時間ステップ（$n+l_j$）の時，残りの$X_j^n \triangle l_j$が時間ステップ（$n+l_j+1$）の時ｊ水路下流端より流出する。すなわち，$Y_j^n = (1-\triangle l_j) X_j^{n-l_j} + \triangle l_j X_j^{n-l_j-1}$ …(2)′ これが線形河道仮定の場合の$\boldsymbol{T}_j$の要素となる。

合流部では当然，$\boldsymbol{X}_j = \boldsymbol{Y}_{j'} + \boldsymbol{Y}_{j''}$ …(3)である。

図−２は図−１の点⑧について，この変換マトリックスを用いて計算したハイドログラフと，もとの波形を比較したものである。これより線形近似（この場合そのうちでももっとも単純な場合である）で実用的には十分現象を再現できることがわかり，非線形性の制限は危惧するにあたらないことがわかる。

<u>貯水池による貯留過程</u>：流量連続条件より　$\boldsymbol{S}_k = \boldsymbol{S}_k^0 + \triangle t\, \boldsymbol{T}_r (\boldsymbol{Y}_k - \boldsymbol{X}_k)$ …(4)

$\boldsymbol{X}_k, \boldsymbol{Y}_k$：放流量，流入量，$\boldsymbol{S}_k, \boldsymbol{S}_k^0$：貯留量，初期貯留量，$\boldsymbol{T}_r$：図−３のごとき係数行列。



図−３　線形河道の$\boldsymbol{T}_r$

目的関数：　操作目的としては，①各防御点のピーク流量を危険度の順に最小化する。②洪水終了時での貯水量を最大にする。①についての目的関数は，容易に定式化できてつぎの様になる。$z=\sum_{k=1}^{K} S_k^N \rightarrow \mathrm{max}$ …(5) ここにNは最終時間ステップ。①の目的を洗練された形でＬＰとして定式化することが本論文の主たる目的である。結論的につぎのような手法を用いた。各防御点で，流量$\boldsymbol{X}_j$がある仮想のピーク流量$\boldsymbol{X}_{pj}$を越えることを許さない。よって，$\boldsymbol{X}_j \leq \boldsymbol{X}_{pj}$ …(6)　ここで　$\boldsymbol{X}_{pj}=(X_{pj},\ X_{pj},\ \cdots\cdots X_{pj})^{\mathrm{T}}$.　ここでゲームの理論のＬＰによる解法と同様に$X_{pj}$もまた変数と考え，式(6)の制約条件を満たしつつ$X_{pj} \rightarrow \mathrm{min}$ とすれば，ピーク流量最小化は実現できる。これはいわゆるminmax 型目的となっている。防御点が複数の場合は次のようにする。各防御点の流量に対する危険度の指標をQ_{aj}とする。たとえば流域各点が同程度に重要であればQ_{aj}はその点の河道許容流量とすればよい。このとき次の指標を考える。$X_{p1}/Q_{a1}=X_{p2}/Q_{a2}=\cdots\cdots=X_{pj}/Q_{aj}=u$ …(7)　各防御点に対しては式(6)のX_{pj}のかわりに$Q_{aj}u$を用いて，$u \rightarrow \mathrm{min}$ …(8)とすれば，式(8)は当該洪水波形に対して最も危険度の高い防御点ピーク流量を最小化することを意味する。この点をj′点とし，このときのuの値をu_1であったとする。$X_{pj'}=Q_{aj'}\ u_1$はこれ以上小さくなり得ないから，この値を固定し式(7)から除いて同様の計算を繰返せば，危険度の高い防御点から順に逐次ピーク流量最小化が実現できる。

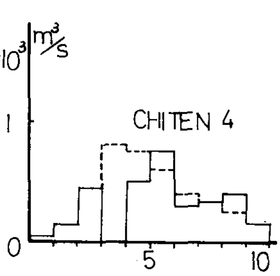
実際の計算では制約式右辺の定数は必ずしも正にはならないので，Dummy変数η_iが導入される。この時の目的関数は，ⅰ）Phase Ⅰ：$\sum \eta_i \rightarrow \mathrm{min}$，ⅱ）Phase Ⅱ：$u \rightarrow \mathrm{min}$，ⅲ）Phase Ⅲ：$\sum S_k^N \rightarrow \mathrm{max}$，以上の3ステップが防御点回数だけ繰返されることになる。　ただし式(6)が制約条件として追加される。

制約条件：流量は正かつ河道区分の許容流量Q_{aj}を越えてはならない。よって，$\boldsymbol{0} \leq \boldsymbol{X}_j \leq \boldsymbol{Q}_{aj}$ …(9) ここに$\boldsymbol{Q}_{aj}=(Q_{aj},\ Q_{aj},\ \cdots\cdots Q_{aj})^{\mathrm{T}}$。第k貯水池で$\boldsymbol{S}_k$は貯水池容量$\boldsymbol{V}_k$を超えてはならない，かつ正である。すなわち$\boldsymbol{0} \leq \boldsymbol{S}_k \leq \boldsymbol{V}_k$ …(10)　ここに，$\boldsymbol{S}_k=(S_k^1,\ S_k^2,\ \cdots S_k^n \cdots S_k^N)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{V}_k=(V_k,\ V_k,\ \cdots\cdots V_k)^{\mathrm{T}}$である。

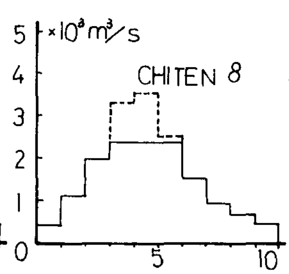
その他の注意：式(1)～(4)を用いることにより未知量は貯水池からの放流量のみとする。たとえば図－1の⑧点の流量は次のように表わされる$\boldsymbol{Q}_7+\boldsymbol{Q}_1+\boldsymbol{X}_2+\boldsymbol{T}_6(\boldsymbol{Q}_5+\boldsymbol{X}_4)+\hat{\boldsymbol{T}}_6(\hat{\boldsymbol{Q}}_5+\hat{\boldsymbol{X}}_4)$ …(10)，ここに単位流域からの流出量は$\boldsymbol{X}$，$\boldsymbol{Y}$のかわりに$\boldsymbol{Q}$で表わしている。‘＾’は時差の存在による計算時点以後の流況に関係する計算時点以前の流量とその変換行列。分解アルゴリズム等を用いる場合は他の地点の流量も適宜変数に加えた方が計算効率が高い。

3.　計算例：計算対象洪水として1959年9月25日の15号台風（淀川ダム統管ファイル・ネーム5915洪水）による洪水を選んだ。防御点は図－1の⑧点および⑬点とした。計算時間単位は2時間とした。

通常の改定シンプレックス表は80×60元程度，分解アルゴリズムでは20×50元程度のマトリクスが10箇程度となり，どちらにしろ次元性の制約は問題とならない。計算時間は近畿大学土木工学科のミニ・コンピューター（YHP21）を用いても数分で解けた。計算結果の例を図－4～7に示す。図－4の放流量波形は直観では予想しがたい複雑な波形となっているが，防御点流量波形はうまくピーク・カットされており，また洪水終了後の各貯水池は満杯となっている。予備放流における流量制限等，より副次的な効果も同様に制約条件あるいは目的関数として容易に考慮できる。

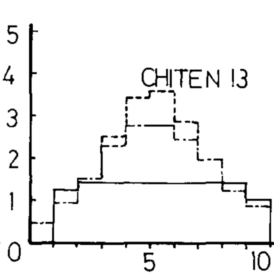


図－4　Mダム流入量（点線）
放流量（実線）

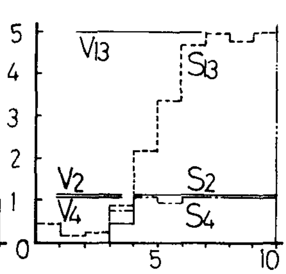


時間ステップ

図－5　N市洪水波形



図－6　Tダム自然流量（点線）
流入量（上流ダム制御流量）
放流量（実線）



図－7　貯水量経時変化
Tダム（点線），Sダム（実線），Mダム（一点鎖線）