II-69　ダム群の大規模システムにおける最適操作

京都大学工学部　正員　小尻利治
神戸製鋼所　正員　藤井修
京都大学工学部　正員　高棹琢馬

1．はしがき　一般に，複数ダム・複数評価地点システムの制御問題は，システム全体をLP的に表示すると独立した部分ユニットが時間的あるいは空間的に連結された形で構成されている。また，その係数行列に非ゼロ要素の占める割合は非常に少なく，システムの配列は対角構造をもったブロック状になる傾向にある。本研究は上記の点に着目し，このような対角ブロック構造をもつ制御問題の解法として，Dantzig-Wolf の提案した分解原理（Decomposition Method）が極めて有効であることを示し，水系一貫した統合操作の確立を計ろうとするものである。

2．水量制御の定式化　現実に即した制御効果を求める場合，河道内の貯留効果には無視できないものがある。特に，治水制御に関してはその傾向が著しい。したがって，本研究では河道の流下合流機構を考慮した定式化を行うわけであるが，LPとDPに分けると以下のようになる。

まず，LPであるが，河道効果を表わす式の必要条件として線形性があげられる。そこで，応答関数法を導入して定式化を計ると，評価地点流量 $\{Q_i(t)\}$ は次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} O_n(1) \\ O_n(2) \\ \vdots \\ O_n(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & & & 0 \\ 1 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ 0 & & 1 & -1 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_n(1) \\ S_n(2) \\ \vdots \\ S_n(T-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_n(0)+I_n(1) \\ I_n(2) \\ \vdots \\ I_n(T-1) \\ -S_n(T)+I_n(T) \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (1)$$

$$\begin{bmatrix} Q_i(1) \\ Q_i(2) \\ \vdots \\ Q_i(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_w^1 & & & 0 \\ r_w^2 & r_w^1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ r_w^T & \cdots & \cdots & r_w^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O_n(1)+q_w(1) \\ O_n(2)+q_w(2) \\ \vdots \\ O_n(T)+q_w(T) \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (2)$$

ここに，$I_n(t)$, $S_n(t)$, $O_n(t)$ はダム n の流入量，貯留量，放流量であり，$q_w(t)$ は河道 w より上流で合流する残流域流量，r_w^t は線形応答関数より得られる河道 w での時間配分率である。式(1)，(2) の連続条件の他に，評価地点での拘束条件を与え，制御目的を $Z=\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{m}\{C_i(t)Q_i(t)\} \longrightarrow \min.$ としたものがLPでの定式化である。

つぎに，DPにおける定式化であるが，河道効果として貯留関数法を考えよう。各時刻の評価地点流量は河道内貯留量で与えられるから，ダム貯留量と河道内貯留量を状態変数とし，ダム放流量を決定変数とする多段過程になる。河道内貯留量を $CS_w(t)$，遅滞時間を τ_w で表わすと関数方程式はつぎのようになる。

$$f_t(S_1(t),\cdots,S_N(t),CS_1(t+\tau_1),\cdots,CS_W(t+\tau_W)) = \min_{\{O_n(t)\}}\Big\{\sum_{i=1}^{m}D_i\{Q_i(t+\tau_i)\} + f_{t-1}(S_1(t-1),\cdots S_N(t-1),CS_1(t+\tau_1-1),\cdots,CS_W(t+\tau_W-1))\Big\} \quad \cdots\cdots (3)$$

$$f_2(S_1(2),\cdots,S_N(2),CS_1(2+\tau_1),\cdots,CS_W(2+\tau_W)) = \sum_{i=1}^{m}D_i\{Q_i(2+\tau_i)\} + f_1(S_1(1),\cdots,S_N(1),CS_1(1+\tau_1),\cdots,CS_W(1+\tau_W)) \quad \cdots\cdots (4)$$

$$f_1(S_1(1),\cdots,S_N(1),CS_1(1+\tau_1),\cdots,CS_W(1+\tau_W)) = \sum_{i=1}^{m}D_i\{Q_i(1+\tau_i)\} \quad \cdots\cdots (5)$$

上記のアルゴリズムに用いる制御目的として，治水では破堤の危険率の最小化を，利水では渇水の危険率の最小化を考えて，評価関数としてそれぞれ，治水では $h_i\{Q_i(t)\}=1-\ln(Q_{id}+1-Q_i(t))/\ln(Q_{id}+1)$ $\cdots\cdots$ (6)，利水では $h_i\{Q_i(t)\}=1/(Q_i(t)+1-Q_{id})$ $\cdots\cdots$ (7) を提案する。

以上の成果をふまえてダム群による統合操作を行うのであるが，分解原理による計算手順はつぎのようになる。まず，各ダムを部分問題と考えてDPによって放流量の決定を行う。つぎに，それらの結果を用いて限定された主問題を形成しLPによって最適化を計る。つづいて，LPから得られる *Shadow Price* によって新しい評価関数を設定する。この手順を全体として制御目的を満たすまで繰り返すわけであるが，ダム群が直列に配置している場合には限定された主問題でダム操作を決定する必要があり，式(1)，(2)を含んだLP問題となる。

3．あとがき　各部分問題での新しい評価関数は，DPを用いてダム操作を行うとそのままの形で適用することができ，流況の平滑化の点でも極めて有効である。なお，本方式を淀川水系の4ダム（青蓮寺ダム，室生ダム，高山ダム，天ケ瀬ダム）に適用したが，その結果は講演時に述べる。