

1) はじめに.

沖縄県宮古島の嘉手刈入江の潮汐変動について検討した。図-1に示すように、入江橋から海までは自然水路(幅約30m)で、入江橋で水路幅5mに狭さくし、その上流は水面積 $F = 305,000 \text{ m}^2$ の遊水池にっている。遊水池は潮汐に影響されるが、筆者らは3月23日に入江橋における潮汐調査を実施した。

(1), (2)

図-2のように座標系をとると、運動方程式と連続方程式は近似的に次のように

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{(\eta_0 - \eta_a)}{l} + \left(\frac{f_0 + f_e}{2l} + \frac{g n^2}{R^{4/3}} \right) \cdot u \cdot |u| &= 0. \\ Q &= u B (h + \eta) \cong F \frac{\partial \eta}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 l : 入江橋での水路長、 B : 水路幅、 η : 水面変動、 u : 流速、 h : 平均潮位(平均水位)、 f_e, f_0 : 入路入口・出口の損失係数、 Q : 流量である。

水路の潮位を η とすると、

$$\left. \begin{aligned} \eta &= h + \eta_0 \cdot \sin \omega t, & 0 < \omega t < \pi \\ \eta &= h + (m\eta) \cdot \sin \omega t, & \pi < \omega t < 2\pi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし、 ω , η_0 は潮汐の角周波数、振幅である。さらに、 $f(u) = u \cdot |u|$ は(3)式で表わされる。

$$f(u) = \pm u_0^2 \cdot \cos^2 \omega t \quad (3)$$

ここに、 u_0 は流速の振幅(最大値)であり、 $+$ は $0 < \omega t < \pi/2$, $\pi/2 < \omega t < 2\pi$, $-$ は $\pi/2 < \omega t < 3\pi/2$ に対応する。式(2), (3)を Fourier 級数に展開すると、次式がえられる。

$$\left. \begin{aligned} \eta &= h \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \left(\frac{\eta_0}{h} - m \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_0}{h} + m \right) \sin \omega t - \frac{3}{8\pi} \left(\frac{\eta_0}{h} - m \right) \cos 2\omega t + \dots \right\} \\ f(u) &= \frac{8}{3\pi} u_0 \cdot u + \frac{8}{15\pi} u_0^2 \cdot \cos 3\omega t + \dots \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(1), (4)により運動方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{u_0}{l} K_1 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{g}{l} \left\{ A_0 + A_1 \sin \omega t - A_2 \cos 2\omega t \right\} u - \frac{g}{l} A_3 \cos \omega t \\ + \frac{g}{l} A_4 \sin 2\omega t - \frac{3u_0^2}{5l} \omega K_1 \sin 3\omega t = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 $A_0 = B k_0 h \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \left(\frac{\eta_0}{h} - m \right) \right\} / F$

$$A_1 = B k_0 h / 2F \cdot \left\{ \eta_0 / h + m \right\}$$

$$A_2 = 2B k_0 h / 3\pi F \cdot \left\{ \eta_0 / h - m \right\}$$

$$A_3 = h \omega / 2 \cdot \left\{ \eta_0 / h + m \right\}$$

$$A_4 = 4h \omega / 3\pi \cdot \left\{ \eta_0 / h - m \right\}$$

$$K_1 = 8/3\pi \cdot \left\{ (f_0 + f_e) / 2 + g n^2 l / R^{4/3} \right\}$$

$$k_0 = \eta_0 / \eta_c, \quad R: \text{径深}$$

である。 $u = u_0 \cdot u_*$, $\omega t = \tau$ とすると、次のようになる。

$$u_*'' + \frac{u_0}{l \omega} K_1 u_*' + \frac{g}{l \omega^2} (A_0 + A_1 \sin \tau - A_2 \cos 2\tau) u_* - \frac{g A_3}{u_0 l \omega^2} \cos \tau + \frac{g A_4}{u_0 l \omega^2} \sin 2\tau = 0 \quad (6)$$

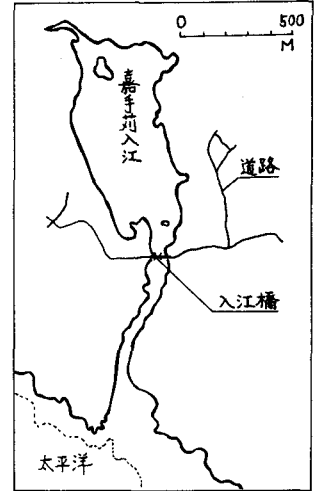


図-1 嘉手刈入江

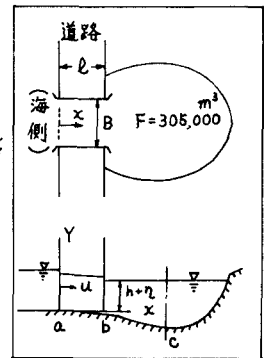


図-2 入江橋水路部(略図)

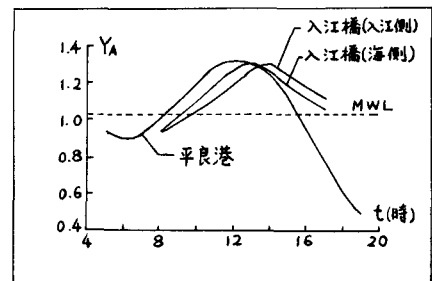


図-3 潮位(1976年3月23日)

ただし, $u_x'' = \partial^2 u_x / \partial x^2$, $u_x' = \partial u_x / \partial x$ である。式(6)の解は、

$$u_x = u_{x0} + E u_{x1} + E^2 u_{x2} + \dots \quad (7)$$

とすると、次式がえられる。

$$E^0: u_{x0}'' + \frac{u_0}{\ell w} K_1 u_{x0}' + \frac{g A_0}{\ell w^2} u_{x0} = \frac{g A_3}{u_0 \ell w^2} \cos \tau + \frac{g A_4}{u_0 \ell w^2} \sin 2\tau \quad (8)$$

$$E^n: u_{xn}'' + \frac{u_0}{\ell w} K_1 u_{xn}' + \frac{g A_0}{\ell w^2} u_{xn} = -u_{x, n-1} \sin \tau. \quad (9)$$

($n = 1, 2, \dots$)

式(8)の解はつぎのようになる。

$$u_{x0} = H_1 \sin(\tau + \alpha_1) + H_2 \cos(2\tau + \alpha_2) \quad (10)$$

$$H_1 = \frac{g A_3 / (\ell w^2 u_0)}{\sqrt{\left(\frac{u_0 K_1}{\ell w}\right)^2 + \left(\frac{g A_0}{\ell w^2} - 1\right)^2}} = \frac{g A_3 / (\ell w^2 u_0)}{\sqrt{\left(\frac{u_0 K_1}{\ell w}\right)^2 + 1}} \quad (11)$$

$$H_2 = \frac{g A_4 / (\ell w^2 u_0)}{\sqrt{\left(\frac{2 u_0 K_1}{\ell w}\right)^2 + \left(\frac{g A_0}{\ell w^2} - 4\right)^2}} \quad (11)$$

$$\tan \alpha_1 = -\ell w / u_0 K_1, \quad \tan \alpha_2 = -2 \ell w / u_0 K_1$$

$H_1 = |u / u_0| = 1$ と近似すると、

$$u_0^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\ell w}{K_1} \right)^2 \left\{ \sqrt{(2 g A_3 K_1 / \ell^2 w^3)^2 + 1} - 1 \right\}. \quad (12)$$

とす。式(12)を才1近似とすると式(10)より

$$\frac{u}{A_5} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[\frac{1}{1 + \left\{ \frac{g h K_1}{(\ell w)^2} \left(\frac{\eta_0}{h} + m \right) \right\}^2 + 1} \right]^{1/2} \cdot \sin(\tau + \alpha_1) \quad (13)$$

がえられる。ただし, $A_5 = g h (\eta_0 / h + m) / (\ell w)$ である。

$$\tan \alpha_1 = - \left[2 / \left\{ \sqrt{(K_1 g h (\eta_0 / h + m) / (\ell w)^2)^2 + 1} - 1 \right\} \right]^{1/2} \quad (14)$$

3) 実験結果と考察

このような問題については過去に研究がなされているが、^{3), 4), 5)}

流体抵抗の要を線形化し、かつ平均水深に対し、潮汐変動を微小と仮定した。本文で特に平均水深が潮汐変動に対し小さい場合の影響(式(2)の m の値)を考え、さらに流体抵抗を流速の2乗に比例すると仮定した。図-3には3月23日の潮汐の実測値を示してある。図-4には最大流速に関し、式(13)の振幅 $|u / A_5| = u_{\max} / A_5$ と実測値を示した。ただし, $\ell = 4.5 \text{ m}$, $B = 5 \text{ m}$, $F = 305,000 \text{ m}^2$, $\omega = 0.523 \text{ rad/hr.}$, $\eta = 0.03$ ($m = 2.7$ 係数), $f_0 + f_e = 1.5$, $m = 0.08$, $\eta_0 = 0.29 \text{ m}$, $h = 1.83 \text{ m}$, $R = \frac{1}{\ell} \cdot \int_0^T \tau_a dt$ とした。図-5には式(14)と実測値を示した。ここで、 $B_0 = g K_1 h \cdot (\eta_0 / h + m) / (\ell w)^2$ である。図-6に流速変動を示した実線は式(13)で与えてある。最大流速の実測値は $u_{\max} = 0.88 \text{ m/sec.}$ である。

参考文献: 1) 河野・新里・仲村; 久米島の海中道路計画に伴う諸問題, 土木学会第30回年講概要集, 1975.

2) 河野; 感潮水路の水理計算, 琉球大学理工学部紀要第11号, 1976

3) 楠・宗道; 感潮水路の水流に就て, 土木学会誌, 第17巻, 第3号, 1931.

4) 岡本元治郎; 応用水理学, 中II, pp. 285~286, 丸善.

5) 近藤淑郎; 感潮狭口水路の流速, 内水感潮位および最大流速水深の一解法, 土木学会論文集, No. 206, 1972.

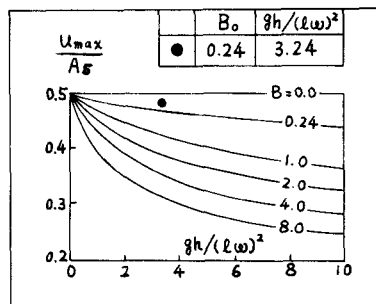


図-4 最大流速 ($u_{\max}$)

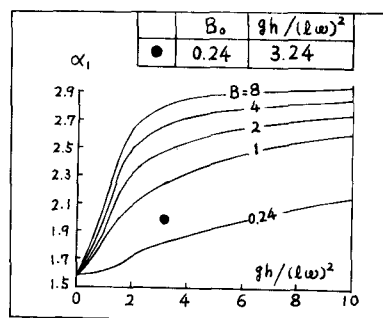


図-5 位相 (α_1) 曲線

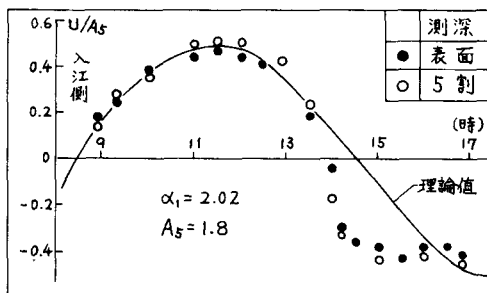


図-6 流速 (u) 変動