

中国工業技術試験所 (正) 室田盛康 (正) 早川典生

まがき : 水質環境の将来予測を行うために、水理模型実験とともに数値解析法が用いられる。数値解析法による場合、どのようなモデルを用いるかは、対象とする範囲、地形、現象の規模および特徴などをもとにして決定すべきである。また、計算機の記憶容量、経済性も考慮しなければならない。実際の現象は、三次元空間内で変化するが、これをそのままの形で解析することは不可能である。従って、何等かの形で基礎方程式を簡略化することが必要である。現在までに開発されてきた数値モデルについての総論が、Hinwood and Wallis の論文に要領よくまとめられている。ここでは、二次元化した基礎方程式の数値積分において、流速分布係数 α の影響と非線形移流項の影響を調べた。

基礎方程式とその差分化 : ここで用いる潮汐流の基礎方程式は、三次元のN-S方程式を水深方向に積分して二次元化した次式である。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \alpha(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y}) - fV + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + g \frac{U(U^2 + V^2)^{1/2}}{C^2 H} + (1-\alpha) \frac{U}{H} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\tau_x^s}{\rho H} \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \alpha(U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y}) + fU + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + g \frac{V(U^2 + V^2)^{1/2}}{C^2 H} + (1-\alpha) \frac{V}{H} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\tau_y^s}{\rho H} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(UH)}{\partial x} + \frac{\partial(VH)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

ここに、

$$U = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\zeta} u \, dz, \quad V = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\zeta} v \, dz, \quad u = U(1 + \varepsilon_u(z)), \quad v = V(1 + \varepsilon_v(z)), \quad C = \text{Chezy's const.}$$

$$\alpha H = \int_{-h}^{\zeta} (1 + \varepsilon_u^2(z)) \, dz = \int_{-h}^{\zeta} (1 + \varepsilon_v^2(z)) \, dz = \int_{-h}^{\zeta} (1 + \varepsilon_v^2(z)) \, dz, \quad H = h + \zeta, \quad \tau = \text{wind stress}$$

これらの式を差分化するには、fig-1 に示す格子点を用いて次のようにする(A.D.I.法)。

$$\delta_x U - f \bar{V} + \alpha U \delta_x U + \alpha \bar{V} \delta_y U + g \delta_x \zeta + g \frac{U(U^2 + V^2)^{1/2}}{(H^2 + \zeta^2)(C^2)} + (1-\alpha) \frac{U}{(H + \zeta)} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\tau_x^s}{\rho(H + \zeta)} \text{ at } j, \pm, k, n \quad (4)$$

$$\delta_x \bar{U} + \delta_x [(H + \zeta) U] + \delta_y [(H + \zeta) V] = 0 \text{ at } j, k, n \quad (5)$$

$$\delta_x V + f \bar{U} + \alpha U \delta_x V + \alpha \bar{V} \delta_y V + g \delta_y \zeta + g \frac{V(U^2 + V^2)^{1/2}}{(H^2 + \zeta^2)(C^2)} + (1-\alpha) \frac{V}{(H + \zeta)} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\tau_y^s}{\rho(H + \zeta)} \text{ at } j, k, \pm, m, \pm \quad (6)$$

$$\delta_x \bar{V} + \delta_x [(H + \zeta) U] + \delta_y [(H + \zeta) V] = 0 \text{ at } j, k, m, \pm \quad (7)$$

ここに、

$$f_{j,k,n} = f(j\Delta x, k\Delta y, n\Delta t), \quad \bar{f}_{j,k,n} = \frac{1}{2} (f_{j+\frac{1}{2},k,n} + f_{j-\frac{1}{2},k,n}) \text{ etc.},$$

$$\delta_x f_{j,k,n} = \frac{1}{\Delta x} (f_{j+\frac{1}{2},k,n} - f_{j-\frac{1}{2},k,n}) \text{ etc.}, \quad \delta_x \bar{f}_{j,k,n} = \frac{2}{\Delta t} (f_{j,k,n+\frac{1}{2}} - f_{j,k,n}) \text{ etc.},$$

$$\bar{f}_{j,k,n} = \frac{1}{4} (f_{j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2},n} + f_{j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2},n} + f_{j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2},n} + f_{j-\frac{1}{2},k-\frac{1}{2},n}) \text{ etc.}, \quad f_{j,k,n+\frac{1}{2}} = f_{j,k,n+\frac{1}{2}} \text{ etc.}$$

各時間ステップで、(4)と(5)、(6)と(7)を連立して解く。これらの各式に3個の未知数が含まれることになり、漸化式の形に直して解くことが可能である。

α の値 : 基礎方程式(1),(2)で、 α の値は鉛直方向流速分布の不均一性によるものであり、1に近い値であり普通は $\alpha=1$ として計算されるが、 $\alpha \neq 1$ の影響が明らかになったことがない。実際の海で α がどれ位かは、実験例がないので、水理模型実験により α の値を推定してみた。tab-1は、瀬戸内海水理模型で得られた幾種における実験例で、周期4^m42^sの成分について記したものである。 α の値は、幾種で1.01~1.05、海峽部で1.05~1.1であった。そこで、 $\alpha=1.1$ として計算し、その結果を検討する。

計算結果 : 計算は、fig-2 に示した幾種で行なった。図中1で示した点1は、水位計算点であり、2で示した点に境界条件としての水位(半日周期潮)を与えた。格子間隔は2km、時間間隔180secである。計算ケースは、図中に示したほかに、 $\alpha=1.1$ ($n=0.05$)の合計5ケースである。 $\alpha=1.1$ とした場合の1周期間の潮位、流速の2乗平均値に対する、 $\alpha=1.0$ ($U_j \frac{\partial U_j}{\partial x} \neq 0$)、 $U_j \frac{\partial U_j}{\partial x} = 0$ とした場合の変化率を%で示したものがtab-2である。この表からわかるように、 $\alpha=1.0$ としてもほぼ満足のいく結果が得られるが、非線形移流項を省略することが出来ない。また、fig-2

tab-1 実験例

z/h_0	$ U _{\max}$	θ	z : 底からの距離
.09	1.8	80	
.12	1.7	78	h_0 : 平均水深
.15	2.0	75	
.19	1.9	72	$ U _{\max}$: u の振幅値
.24	1.8	73	
.30	2.0	74	θ : 満潮位からの位相
.36	2.2	76	
.43	2.3	80	
.50	2.6	82	
.60	3.1	79	
.69	3.4	76	
.80	3.9	79	
.90	4.1	78	

(cm/s) (deg.)

かう、CをManningの n で表わした場合、複雑な地形を有する所では、普通使われている $n=0.025$ よりも大ま
値を使う必要がある。

まとめ：潮汐流の数値解析で、流速分布係数 α を考慮し
た場合としない場合の比較をした。両者の差を振幅の二乗平
均值で示すと、潮位について1%位、流速について5%位で
ある。従って $\alpha=1.0$ と計算しても満足の出来る結果と得ら
れる。しかし、水質環境の予測を行う場合、非線型移流項を
経済性などの点から省略することもあるが、この項は無視し
てはならない。

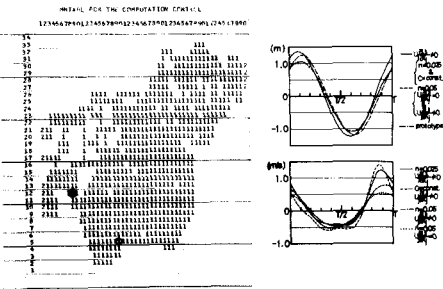


fig-2 水位計算と計算結果

参考文献

- 1) J.B. Hinwood and I. G. Wallis, J. Hyd. Div., Vol. 101, Nov. 1975
- 2) J.J. Leendertse, Memorandum RM-6230-RC, Rand Corp., 1970

tab-1 $\alpha=1.1$ の場合との二乗平均値との百分率

	$\zeta(\odot)$	$U(\odot)$	$V(\odot)$
$\alpha=1.0$ $U_0 \partial U / \partial x = 0$	0.5	4.6	1.7
$U_0 \partial U / \partial x = 0$	3.7	27.8	2.3