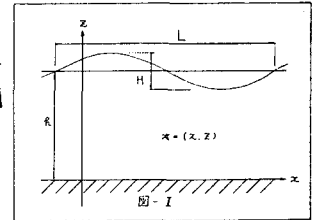


五洋建設(株) 正会員 近藤 浩右
 東京大学工学部 同上 堀川 清司

1. まえがき 進行波として有限振幅波を用い、層流境界層を仮定して、境界層外縁における質量輸送速度を4次オーダーまで計算し、合わせて実験を行なった。その結果、浅海域における底面質量輸送速度のLonguet-Higginsによる理論値からのずれは、従来Collinsらによ、てきわめられたような乱れの影響ではなく、先の理論では無視された高次項の影響で説明し得ることを示した。

2. 基本的な考え方 波は二次元で一樣水深上を進行する進行波であり、水は非圧縮性で、かつ底面は十分滑らかなものとする。境界層の外側での運動も既知のものとし、波による質量輸送速度は、ポテンシャル解によるLagrange的なものと、粘性の影響によるEuler的なものとの和として表わされると考える。

i) ポテンシャル解による質量輸送速度 座標を図-1のようにとる。さて、時間 $t=0$ において $x=x_0$ にあ、た k 粒子の $t=t$, $x=x$ における速度を $U_E(x_0, t)$ と表わすと、 U_E とEuler的な流速 $U(x, t)$ との関係は、テイラー展開を用いて次式のように表わされる。



$$U_E(x_0, t) = U(x, t) \\
= U(x_0, t) + \left[\int_0^t U(x_0, t') dt' \cdot \nabla_h \right] U(x_0, t) \\
+ \frac{1}{2} \left[\int_0^t U(x_0, t') dt' \cdot \nabla_h \right]^2 U(x_0, t) + \frac{1}{6} \left[\int_0^t U(x_0, t') dt' \cdot \nabla_h \right]^3 U(x_0, t) + \dots \quad (1)$$

但し $\nabla_h = (\partial/\partial x, \partial/\partial z)$.

一方、有限振幅波による流速 U は次式で表わされる。

$$U = \nabla_h \left(\frac{H_1}{k} \cosh kZ \sin \theta \right) + \nabla_h \left(\frac{H_2}{k^2} \cosh 2kZ \sin 2\theta \right) + \dots \quad (2)$$

ここに $H_1 = aRkC/\sinh kR$, $H_2 = 3(aR)^2C/4 \sinh^3 kR$, $\theta = kx - \omega t$, また、 k :波数、 ω :波の角周波数、 C :波速を表わし、 a は波高 H との間に、

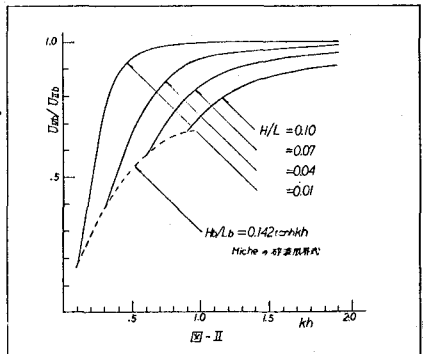
$$H/2 = a \left[1 + \frac{1}{4} (aR)^2 f_3 \right], \quad f_3 = \frac{3}{16} (8 \cosh^2 kR + 1) / \sinh^4 kR \quad (3)$$

なる関係で結びつけられている。波形勾配に対応する微小量 (aR) をパラメータとして、流速などの諸量がべき級数に展開できるものとし、振動法を用いて、 U_E の時間平均 $\bar{U}_E$ に関する4次オーダーまでの解として次式を得る。

$$\bar{U}_E = \frac{H_1^2}{2C} \cosh 2kR + \frac{H_2^2}{2C} \cosh 4kR + \frac{H_1^2 H_2}{C^2} \left(\cosh 4kR - \frac{1}{2} \cosh 2kR \right) - \frac{H_1^4}{8C^3} \quad (4)$$

ii) 粘性の影響による質量輸送速度 二次元境界層方程式において、先と同様振動法を用いて境界層内の流速の高次オーダーの解を計算することができる。但し通常用いられる境界層近似 $SR \ll 1$ が成り立つものとする。 S は $(\nu/\omega)^{1/2}$ のオーダーの境界層厚に対応する量である。この条件は、厳密には振動法における展開パラメータ (aR) との間に $SR \ll (aR)^2$ なる条件を満たすことも必要とする。境界条件として底面で流速 $U=0$ 、また境界層外縁で k 平流速の時間依存項は有限振幅波の底面水平流速に一致する。計算の詳細は省略し、境界層外縁での水平流速の時間平均値(Euler的な質量輸送速度)の4次オーダーまでの解を示せば、

$$\bar{U}_E = \frac{3H_1^2}{4C} + \frac{3H_2^2}{4C} - 1.075 \frac{H_1^2 H_2}{2C^2} - 5.054 \frac{H_1^4}{4C^3} \quad (5)$$



となる。従、て境界層外縁での4次オーダーまでの質量輸送速度 $\bar{U}_{Eb}$

は④式で $z=0$ とおいたものと、⑤式の和として表わされ、

$$U_{zb} = \frac{5}{4} \frac{(gR)^2 C}{\sinh^2 kR} \left[1 + \left(\frac{H}{L} \right)^2 (1 - 0.04 \sinh^2 kR - 1.975 \sinh^4 kR) \right] \quad (6)$$

を得る。Longuet-Higginsによって求められた2次オーダーまでの解 $U_{zb} = \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{H}{L} \right)^2 C / \sinh^2 kR$ との比をとり、種々の H/L について長波パラメータとして表わしたものが図-Ⅱである。深海領域 $kr \ll 1$ においては4次の影響はほとんど見られないが、 $kr < 1$ において、著しく2次の解より減少することが解る。

3. 底面質量輸送速度の測定 実験水槽は、長さ25m、深さ1.5m、幅80cmの両面ガラス張りの二次元造波水槽を仕切り板で幅20cmに仕切ったものであり、水路終端は錆び止め塗装をほどこされた鉄板製の1/20の一直角配斜面となっている。質量輸送速度は、染料(Water Blue)の小さな粒を落とし、溶出した染料が底面付近に形成する鮮やかな細い筋の先端が、一定距離を進むに要する波の数を測定することにより求めた。沖波高さ3.0~7.6cm、周期0.63~2.1secの波に対し、9~34cmの幾々の水深での測定を行った。なお、反射率は全てのケースで一割以下であった。測定結果を整理する前に、4次オーダーの解の各項の比率を見るために、再び4次と2次の解の比をとり、③式を用いて次の様に書き換えてみると、

$$U_{zb}/U_{zb} = 1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$$

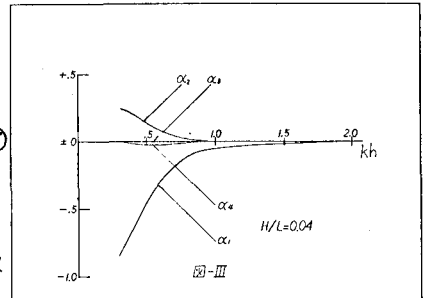
$$\text{但し } \alpha_1 = -1 + \left[1 + \frac{1}{4} (gR)^2 f_3 \right]^2$$

$$\alpha_2 = \left[1 + \frac{1}{4} (gR)^2 f_3 \right]^2 (3gR/4 \sinh^2 kR)^2$$

$$\alpha_3 = \left[\quad \quad \quad \right]^2 (\quad \quad \quad)^2 (-0.04 \sinh^2 kR)$$

$$\alpha_4 = \left[\quad \quad \quad \right]^2 (\quad \quad \quad)^2 (-1.975 \sinh^4 kR)$$

⑦



α_1 は有限振幅性の影響、 α_2 は有限振幅波の2調和成分だけによる4次の効果、 α_3 は第1、第2調和成分による効果、 α_4 は第1調和成分だけによる効果を示す。一例として $H/L = 0.04$ の場合に、 kr に対する各 α_i の変化を図-Ⅲに示す。一般に高次項の影響は浅海域 ($kr < 1$) において顕著になるが、一方 α_3, α_4 の値は α_1, α_2 に比して急激に減少する。従って実用上は、高次項の影響は α_1, α_2 のみによって代表し得ると考えられ、この場合、式⑥は比較的簡単な式、

$$U_{zb} \cdot L = \frac{5\pi^2}{4} \left[\left(1 + H/L \right)^{\frac{1}{2}} \cdot 2a / \left(\sqrt{1 + \sinh^2 kR} \right) \right]^2 \quad (8)$$

と、Collinsの表式に対応した形に書くことができる。この式をもとに、右辺の大カッコ内の値を横軸に、左辺の値を縦軸にとり、両対数紙上に実験結果をプロットしたものが図-Ⅳである。

4. 結論および考察 今回の実験ケースのうちいくつかのものは、底面水粒子最大速度 U_{bmax} と境界層厚 δ を用いて定義される境界層に関する Reynolds 数 $U_{bmax} \delta / \nu$ が Collins の定めた進行波での臨界 Reynolds 数 160 以上 (最大210) であつたが、この場合にも、層流境界層を仮定した場合の高次項を考慮すれば、底面質量輸送速度の測定値は理論解と良い一致を見せる。さらに、これらのケースを測定した際、染料の筋が底面付近で乱れることなく細い線を保っていたことは、境界層内が層流状態にあったことを物語るものであろう。もちろんより高 Reynolds 数で乱流境界層へと遷移することは予想されるが、今回は測定上の難しさもあり、進行波のもとの臨界 Reynolds 数と新たに定め直す所までは、十分実験を行なうことはできなかった。

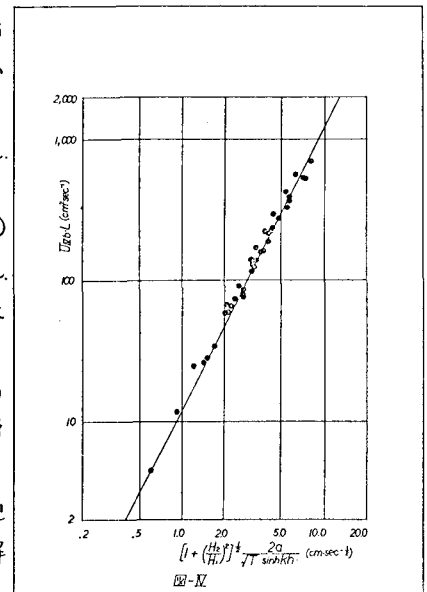


図-Ⅳ

参考文献

Longuet-Higgins, H.S., 1953, Phil. Mag. Roy. Soc., London, vol. 245, p. 535-581. Collins, J.I., 1963, J.G.R., vol. 68, p. 6007-6014. Sleath, J.F.A., 1972, J.H.R., vol. 30, p. 295-304