

1. はじめに

沖縄諸島の海岸に特徴的に見られるいわゆるリーフによる波の変形の問題は、これまで琉球大学土木工学科の水工学研究室において研究されてきている。^{注1), 2)} これらの研究においては、図-1に示すような堡礁状リーフをモデルとして、理論的にはポテンシャル接続法によって波の反射率(K_R)と通過率(K_T)を求め、実験的に得られた $K_R \cdot K_T$ と比較の結果、堡礁部天端水深があまり小さくないとき($h_1 > 0.3h$)は両者がよく一致するという結論を得ている。しかし同天端水深が小さくなると、碎波や渦形成等の現象が起り、当然のことながら両者は合わなくなる。このような現象を考慮に入れた理論的取扱いはきわめて困難である。筆者は一つの試みとして図-1のII領域で流体運動に対する線型の抵抗を仮定した場合について取扱ひ、数値計算によって $K_R \cdot K_T$ を求めたので、その結果についてこれまでの実験結果と比較しつつ述べることにする。

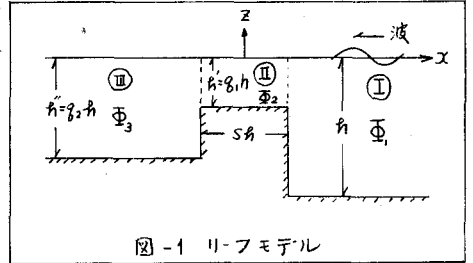


図-1 リーフモデル

2. 基礎方程式および境界条件

図-1のように座標系をとり、理想流体の微小振幅波を考えれば基礎方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \partial u / \partial x + \partial w / \partial z &= 0 \\ \partial u / \partial t &= -1/\rho \cdot \partial P / \partial x - \mu u \\ \partial w / \partial t &= -1/\rho \cdot \partial P / \partial z - g - \mu w \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 u, w, P, ρ はそれぞれ流体の x, z 方向分速度、圧力、密度を示し、 μ は流体運動に対する抵抗が流速に比例するものと仮定する場合の比例係数を示す。この場合、流体はポテンシャル運動をなすので、いまポテンシャルを $\Phi(x, z; t)$ とすると次式が成立ち、 Φ はラプラスの式 $\Delta \Phi = 0$ を満足する。

$$\left. \begin{aligned} u &= \partial \Phi / \partial x \\ w &= \partial \Phi / \partial z \\ P/\rho &= -(\partial \Phi / \partial t + g z + \mu \Phi) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

つぎに境界条件は、水底において垂直方向速度が0なること、および水面における運動学的条件より次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} [\partial \Phi_1 / \partial z]_{z=-h} &= 0 \\ [\partial \Phi_2 / \partial z]_{z=-h_1} &= 0 \\ [\partial \Phi_3 / \partial z]_{z=-h_2} &= 0 \\ [\partial \Phi_N / \partial t + 1/g \cdot \partial^2 \Phi_N / \partial t^2 + \mu/g \cdot \partial \Phi_N / \partial t]_{z=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$N=1, 2, 3; N=1, 3$ のとき $\mu=0$

3. ポテンシャル関数 Φ_1, Φ_2, Φ_3

$\Phi_N = \Phi_N(x, z) \cdot e^{i\sigma t}$; ($N=1, 2, 3$, σ : 角周波数)と書き、条件(3)を満すラプラス方程式の解として Φ_N を求めれば

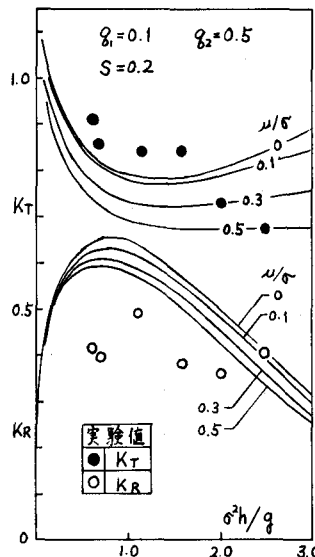


図-2

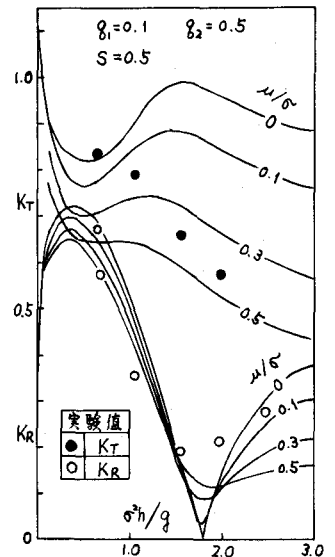


図-3

ポテンシャル関数 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 は次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_1 = & A \cosh k(Z+h) / \cosh kh \cdot \exp\{ik(X-sh/2)\} + \\ & B \cosh k(Z+h) / \cosh kh \cdot \exp\{-ik(X-sh/2)\} + \\ & \sum_{k_e=1}^{\infty} [D_e \cosh k_e(Z+h) / \cosh k_e h \cdot \exp\{-k_e(X-sh/2)\}] \dots (4) \end{aligned}$$

$$\phi_2 = \sum_{k_r=1}^{\infty} [E_r \cosh k_r X / \cosh(k_r sh/2) + H_r \sin k_r X / \sin(k_r sh/2)] \cdot \cosh k_r(Z+h) / \cosh k_r h \dots (5)$$

$$\phi_3 = F \cosh k''(Z+h) / \cosh k'' h \cdot \exp\{ik''(X+sh/2)\} + \sum_{k_n=1}^{\infty} C_n \cosh k_n(Z+h) / \cosh k_n h \cdot \exp\{ik_n(X+sh/2)\} \dots (6)$$

ここに、 $A, B, D_e, E_r, H_r, F, C_n$ は任意定数、 k, k_e, k_r, k'', k_n は波数を示し、各領域における水面条件に対応する次式の解である。

$$\left. \begin{aligned} kh \tanh kh &= \sigma^2 h / g = -k_e h \tanh k_e h \\ k' h \tanh k' h &= \sigma^2 h / g \cdot (1 - i\mu / \sigma) \\ k'' h \tanh k'' h &= \sigma^2 h / g = -k_n h \tanh k_n h \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

4. 接続条件と連立方程式

図-1の各領域の接続面での mass flux と energy flux の連続性より

$$\left. \begin{aligned} x=sh/2 \text{ で } \partial \phi_1 / \partial x &= \partial \phi_2 / \partial x & ; & \quad 0 > z > -h' \\ &= 0 & ; & \quad -h' > z > -h \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= (1 - i\mu / \sigma) \phi_2 & ; & \quad 0 > z > -h' \\ x=-sh/2 \text{ で } \partial \phi_3 / \partial x &= \partial \phi_2 / \partial x & ; & \quad 0 > z > -h' \\ &= 0 & ; & \quad -h' > z > -h \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(8),(9)式に(4)~(6)の中を代入し、関数系 $[\cosh k(Z+h), \cosh k_e(h+Z)]$ は $0 > z > -h'$ で、 $[\cosh k''(h+Z), \cosh k_n(h+Z)]$ が $0 > z > -h'$ で完全直交系をなすことを利用して z で積分すると、 $B/A, D_e/A \dots F/A, C_n/A$ を未知数とする連立方程式が得られる。この方程式を解けばこれらの未知数が求まり、したがって(4)~(6)によってポテンシャル重、 ϕ_2, ϕ_3 が確定し、所要の物理量を定めることができる。通過率 $K_T = |F/A|$ 、反射率 $K_R = |B/A|$ で求められる。

5. 計算結果とむすび

電算機により上述の連立方程式を解き、 $g_1=0.1, g_2=0.5$ で $S=0.2, 0.5$ と $g_1=0.3$ で $g_2=0.5, S=0.2, 0.5$ の場合の K_R, K_T を図2~5に示した。

これらの図によると、 μ を考慮に入れた効果は全般的に K_R よりも K_T に対して顕著である。図中の実験値との関係を見ると、 $g_1=0.1$ の場合は理論値と実験値はちがった傾向を示し、 $g_1=0.3$ のときは両者は同様の傾向を示している。このことは、 g_1 が小さくなると碎波や渦の形成等の効果が大きくなり、たとえば本報のような線型理論での取扱いの limit が $g_1=0.3$ 付近にあることを示唆しているように思われる。おわりに、本研究に際して直接指導賜わった九州大学工学部の井島武士教授並びに終始激励・御指導をいただいている琉球大学理工学部の河野二夫教授に対し心より謝礼申し上げる。また計算には九州大学大型電算センターの FACOM 230-0S2/VS を利用したことを記し謝意を表する。

注1) 河野・津嘉山・筒井；有限 step 形状の reef による波の変形，琉球大学理工学部紀要工学篇 9号 (1975)

注2) 河野・津嘉山・筒井；堡礁型 Reef による波の反射率・通過率，全 上 13号 (1976刊)

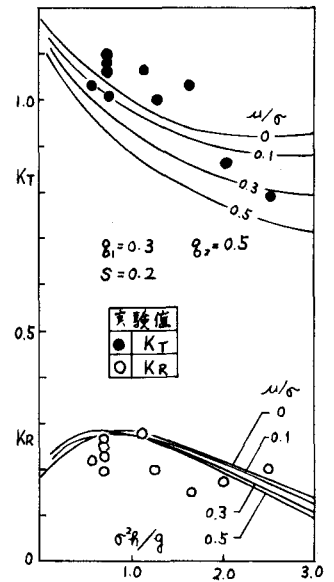


図-4

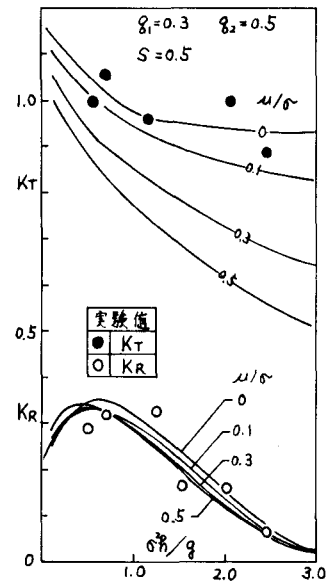


図-5