

京都大学防災研究所 正会員 安田 孝 志
 京都大学大学院 学生員 山下 隆 男
 京都大学防災研究所 正会員 土屋 義 人

1. 緒言 : 本研究では, 従来 Jonsson らあるいは郭らによって不統一に扱われてきた波と流れの場におけるエネルギーフラックスの表示の問題を解消するとともに, 波速の物理的定義に全く依存しない非回転流体場での有限振幅波理論—新しいクノイド波理論および擬 Stokes 波理論—に基づく shoaling の理論を展開し, 水深および流速の変化による波の変形を波高および波長について示す。

2. 基礎方程式の誘導 : shoaling の計算を行う場合には, 周期および任意断面でのエネルギーフラックスは, 水深および流速の変化に対して一定であるとし, またエネルギーフラックスの表示については Rayleigh の仮定に基づいて行っている。ところで, クノイド波理論によれば, 角周波数と周期の間に一義的関係が成立しておらず, このため波数の保存則より, 周期が空間的に不変であるという結論を導くことはできない。また, 上述のように, 波と流れの場でのエネルギーフラックスの表示が不統一で, 計算結果が異なったものになるという問題がある。この点の詳細は講演時に述べることにし, ここでは, 周期を一定とし, エネルギーフラックスについては静水面を基準にした共存系での波のエネルギーに関する保存式より導かれるものを用いることにする。この結果, shoaling の計算に用いるべき基礎方程式は, 深海波に対しては Stokes 波理論の第 4 次近似解を用い, 浅海域では擬 Stokes 波理論および新しいクノイド波理論をそれぞれ適用し, 流れは一樣流として取扱えば, 以下のようにになる。

(1) 擬 Stokes 波の shoaling

$$(1/8\pi)(\sqrt{g}/h)^3(h/L_0)^4 A_0^2(1+3A_0^2/4) = (\lambda_0^2/8)\{1-\varepsilon^2/2+19\varepsilon^4/72+133\varepsilon^6/3024+F_r\{1+11\varepsilon^4/60+13\varepsilon^6/105\} + (\lambda_0^4/1024)\{18/\varepsilon^4+30/\varepsilon^2+F_r(27/\varepsilon^4+33/\varepsilon^2)\}\}, \quad \{(1+A_0^2)h/2\pi L_0\}^{1/2} = (h/L)\{F_r+1-\varepsilon^2/6+19\varepsilon^4/45-55\varepsilon^6/3024+2941\varepsilon^8/604800+9\lambda_0^2/64\varepsilon^2+9\lambda_0^2/128\} \quad (1)$$

ここに, $\varepsilon = 2\pi h/L$, h : 平均水深, L : 波長, L_0 : 深海波の波長, F_r : 一樣流の Froude 数であり, また A_0 および λ_0 は次式より求められる。 $3A_0^3/8+A_0-\pi H_0/L_0=0$, $\lambda_0 = \left\{ \left\{ (16\varepsilon)^3/18(3+5\varepsilon^2) \right\} \left\{ (H/h)^2 + (32\varepsilon)^3/243(3+5\varepsilon^2) \right\}^{1/2} + H/h \right\}^{1/3} - \left\{ (16\varepsilon)^3/18(3+5\varepsilon^2) \right\} \left\{ (H/h)^2 + (32\varepsilon)^3/243(3+5\varepsilon^2) \right\}^{1/2} - H/h \right\}^{1/3} \quad (2)$

ここに, H_0 および H はそれぞれ深海および浅海での波高である。

(2) 新しいクノイド波の shoaling

$$(1/8\pi)(\sqrt{g}/h)^3(h/L_0)^4 A_0^2(1+3A_0^2/4) = (\lambda^2/3k^4)(1+F_r)\{-e(3e+2k^2-4)+k^2-1\} + (\lambda^3/30k^6)\{255e^2(e+k^2-2)+e(58k^4-313k^2+313)-29k^4+87k^2-58\} + (\lambda^3/30k^6)F_r\{195e^2(e+k^2-2)+e(48k^4-243k^2+243)-24k^4+72k^2-48\} + (\lambda^4/420k^8)\{-25e^3(8463e+11732)k^2-22792\}-e^2(127211k^4-56716(k^2+555961))-e(16642k^6-152174k^4+351070k^2-232180)+8321k^6-42765k^4+68888k^2-34444\} - (\lambda^4/4k^8)F_r\{-e(3e+2k^2-4)+k^2-1\}^2 + (\lambda^4/4200k^8)F_r\{-25e^3(5565e+7301k^2-15064)-e^2(89516k^2-38456k^2+37366)-e(11952k^4-107444k^2+24520k^2-161480)+5976k^6-31565k^4+51178k^2-25589\}-2k^2(1+A_0^2)h/2L_0\}^{1/2} - (1/2k)(3N)^{1/2}\{F_r+1-(\lambda/2k^2)(3e+k^2-2)+(\lambda^2/40k^4)\}45e(3e+2k^2)+19k^4-64k^2+64\} - (\lambda^2/5600k^4)\{10e^2(6927e+10799k^2-14112)-2e(4603k^4+77092k^2-80317)-24155k^4+74838k^2-5959k^2-41974\}$$

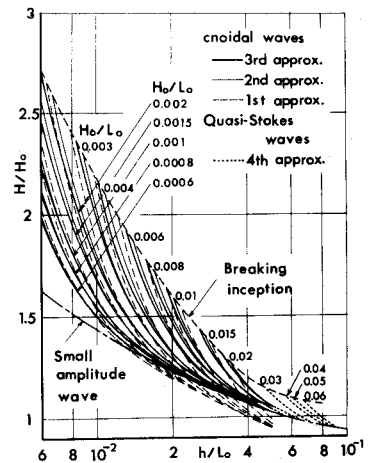


図-1 新しいクノイド波理論および擬 Stokes 波理論に基づく波高変化の計算結果。

ここに、 $e = E/K$, K および E : それぞれ第1種および第2種完全楕円積分, K : 楕円積分の母数であり, 入は次式から求められる。

$$\lambda = A^{1/3} - (B)^{1/3} - a_1/3; \quad A = -a_1^3/27 + a_1 a_2/6 - a_3/2 + (1/6)(27a_3^2 + 4a_2^2 - a_1^2 a_2^2 + 4a_1^2 a_3 - 18a_1 a_2 a_3)^{1/2}, \quad B = -a_1^3/27 + a_1 a_2/6 - a_3/2 - (1/6)(27a_3^2 + 4a_2^2 - a_1^2 a_2^2 + 4a_1^2 a_3 - 18a_1 a_2 a_3)^{1/2},$$

$$a_1 = \{-20k^2(8e+5k^2-10)\}/\{10e(83e+76k^2-136)+130k^4-560k^2+560\}, \quad a_2 = 80k^4/\{10e(83e+76k^2-136)+130k^4-560k^2+560\}, \quad a_3 = 80k^4(H/L)/\{10e(83e+76k^2-136)+130k^4-560k^2+560\} \quad (4)$$

これらの表式への数値計算は, Regular falsi 法および逆補間法を併用し, それぞれの式を 10^{-8} の精度で満足するように行った。

3. 波のshoaling 理論: この場合には, 上述の基礎方程式において $F_r = 0$ とおけばよい。図-1 および 2 はそれぞれ H/H_0 および L/L_0 と h/L_0 との関係を示したものであり, 図中の breaking inception は新しい7/10波理論の第3次近似解および擬 Stokes 波理論の第4次近似解を用いて Stokes の条件より求めたものである。これから, 7/10波理論による計算結果の収れん性がかなり良好であり, また高次解による結果ほど微小振幅波理論による結果との対応が良くなるのがわかり, 第3次近似解による結果は shoaling の理論としての十分な精度を持つと言える。また, 7/10波理論と擬 Stokes 波理論の接続が滑らかであるのは, 擬 Stokes 波理論が7/10波理論の正弦関数による展開の特性を持つことから理解されよう。図-3 は山口らによって示された Stokes の波速の第1および第2定義による Chappellear の7/10波理論の第2次近似解との比較を示したもので, 近似の差はあるが, 理論による相違は breaking inception および微小振幅波理論に接近する付近で認められる程度である。

4. 一樣流を伴う波のshoaling 特性: 図-4 および 5 は, 水深とともに流速が変化する場での shoaling を示したもので, H/H_0 と h/L_0 との関係を示したものであり, Q_0/Q_0^* (無次元単位幅流量) をパラメータとして示したものである。これから逆流 ($Q_0 < 0$) の場合には, 流れは shoaling 効果を強めるだけであるが, 順流 ($Q_0 > 0$) の場合には, shoaling 効果に対する相反効果が生じるこにわかる。また, 図-6 は H/H_0 および L/L_0 と F_r との関係を示したものである。これから h/L_0 の増大および H_0/L_0 の減少とともに F_r の影響が顕著になるのがわかるが, 前者は, 長波性の波になるに従って, 流れの影響を受け難くなり, また後者は, エネルギー輸送速度の影響が $F_r < 0$ において現われ, 逆に $F_r > 0$ では波の非線型効果のために H_0/L_0 の大きい波において波高の減少が抑えられる結果と考えられる。

5. 結語: 以上, Stokes の波速の定義に全く依存しない有限振幅波理論に基づき, 流れの影響をも考慮して波の shoaling の計算を行い, その特性を示したが, 適用した有限振幅波理論の収れん性が良好であることをも確かめることができた。

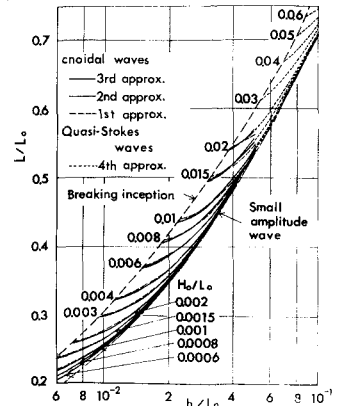


図-2 新しい7/10波理論および擬 Stokes 波理論に基づく波長変化の計算結果

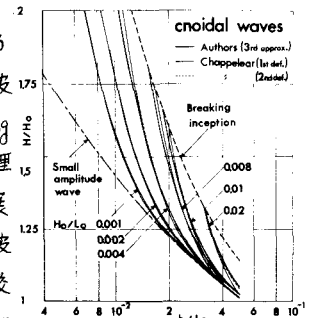


図-3 山口らの計算結果との比較

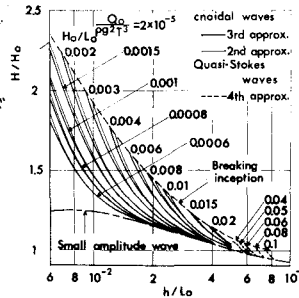


図-4 順流の場合の波高変化の例

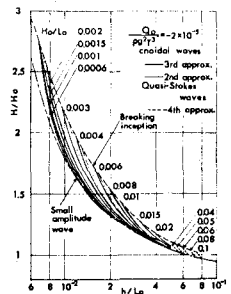


図-5 逆流の場合の波高変化の例

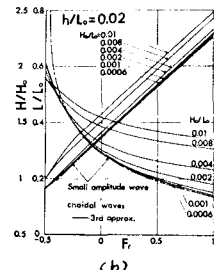
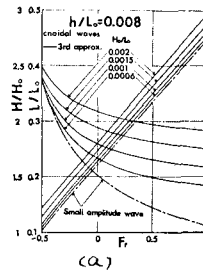


図-6 流速の波高および波長変化に及ぼす影響