I－327　固有振動数をも制約条件とした横断歩道橋の最適設計

武蔵工業大学　学生員○森 本 功
須 山 建 設　正会員 江端 弘之
武蔵工業大学　正会員 西脇 威夫

Ⅰ. 序論

ここで考える最適設計は、一定の鋼材使用量で橋桁に最大の剛性を持たせる事、つまり決められた鋼重内で、橋梁の最小モードの固有振動数を最大とするような桁断面を決定する事である。そこで、示方書の規定並びに、最適化の進行につれて、その固有振動数が減少してはならないという制約条件の下で、鋼材の配分つまり桁の断面寸法を変化させて、最小モードの固有振動数の最大値を与える断面寸法を探索した。ここでは殊に、I型断面を有する2主桁形式横断歩道橋を対象とし、それが最大の固有振動数を持つような 断面寸法を求め、固有振動数を高めるという観点から その最適断面を決定する事を目的とする。

Ⅱ. 理論

1）最大傾斜法； 今、図1に示す系に関して、以下に示す2つの拘束条件を課さねばならない。

$$\begin{cases} X(I) > 0 \quad (1,2,\cdots,5) & \text{———— (1)} \\ \sum_{I=1}^{5} X(I) = 1 & \text{———— (2)} \end{cases}$$

X(I)は、初期基点として 拘束条件を侵さぬ実行可能点から、傾斜線に沿って離れて行く。ここでX(I)は、分割された各梁要素の無次元化された質量で、X(I)=(要素の質量)／(主桁総鋼重) である。

Flg.の無次元化質量を XF(I), Web.の無次元化質量を XW(I) とすると XF(I)＋XW(I)＝X(I) である。

ここで $\omega = F(X(I)) = F(XF(I), XW(I))$ なる関数を考え 例として1番目の要素について微少量 Δx を与えると、

$$\omega + \Delta\omega = F(XF(1)+\Delta x, \text{------}, XF(5), XW(1), \text{-----}, XW(5))$$
$$\omega + \Delta\omega' = F(XF(1), \text{-------}, XF(5), XW(1)+\Delta x, \text{------}, XW(5))$$

のように、微少量 Δx を与えた時の ω の変化量 $\Delta\omega, \Delta\omega'$ が求まる。そして 偏微分はそれぞれ

$$\frac{\partial F(XF(I), XW(I))}{\partial XF(1)} = \frac{\Delta\omega}{\Delta x} \quad , \quad \frac{\partial F(XF(I), XW(I))}{\partial XW(1)} = \frac{\Delta\omega'}{\Delta x}$$

となる。そして 次の仮の無次元化されたFlg.の質量 XDF(I), Web.の質量 XDW(I) は、

$$XDF(1) = XF(1) + \Delta\omega/\Delta x \cdot \Delta t \quad , \quad XDW(1) = XW(1) + \Delta\omega'/\Delta x \cdot \Delta t$$

と求まる。また仮の無次元化されたI番目要素の質量は、$XD(I) = XDF(I) + XDW(I)$ となる。そこで 拘束条件(2)を満足する無次元化された質量は、$X(I) = XD(I)/\sum_{K=1}^{5} XD(K)$ と求まる。これにより 傾斜線に沿った位置に影響をうけるが、傾斜線の方向には影響しない。探索の方向は、最適値に対する探索では、最も大切な要因であるが 位置の変化は収束の比率だけにしか影響しない。

2）Lamped Mass 解析；これを図1に示す単純梁のモデルに適用すると、梁の中央の要素3に関しても対称な、対角マトリクスが、このモデルの質量マトリクスとなる。質量は、各要素の重心を通る集中荷重に置き換えられ、各要素内の剛性は各々一定とする。今、単純梁の支間をLとすると この梁は各々一定の断面を有する長さL/5の5つの要素から構成される。更に、各要素を2等分して全体を10分割すると 各要素の中央点に於けるたわみ量を求める事ができる。つまり、これで単純梁の中央点（格点5'）に於ける たわみ量を計算する事ができるのである。

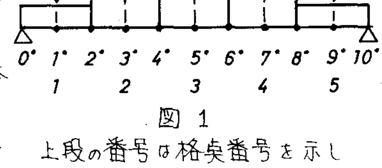

図 1

上段の番号は格点番号を示し
下段は要素番号を示している。

表１　No.2 及び No.2′に於ける断面形状

要素	1	2	3
X(I)	0.162	0.220	0.236
Web 高	71.1cm	97.4cm	105.4cm
Flg 幅	17.4cm	19.3cm	20.1cm
Flg 厚	7mm	8mm	8mm
Web 厚	7 mm	(at NO.2′)	
X(I)	0.199	0.200	0.201
Web 高	88.5cm	90.2cm	91.2cm
Flg 幅	20.3cm	20.5cm	20.6cm
Flg 厚	8 mm	8 mm	8 mm
Web 厚	6 mm	(at NO.2)	

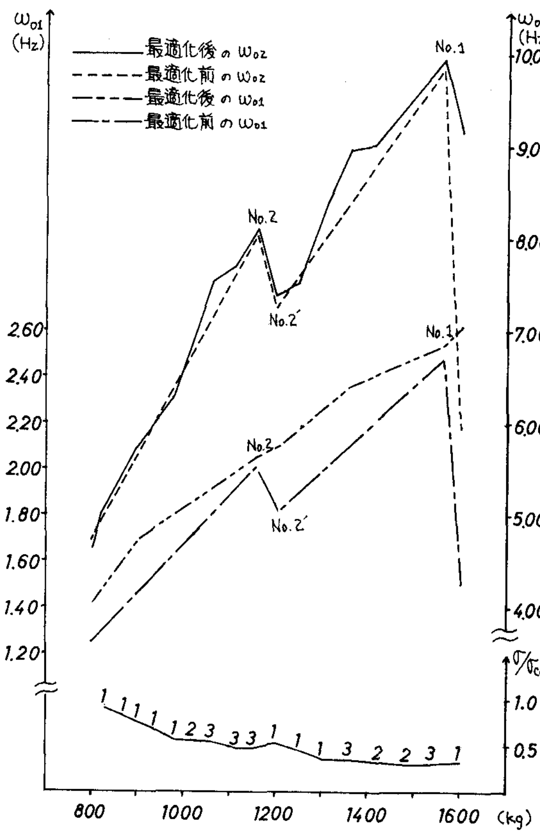

図２　ω_{01}, ω_{02}, σ/σ_{ca} の変化

Ⅲ．横断歩道橋の設計々算例

1）設計条件；　支間―17^m，幅員―1.5^m
鋼種―SS41，活荷重～350 kg/m²
一次部材最小板厚―6 mm

2）計算結果；図２は、主桁総鋼重WWと一次モードの固有振動数ω_{01}，及び二次モードの固有振動数ω_{02}の変化　それに曲げ許容応力度σ_{ca}と曲げ応力度σとの比 σ/σ_{ca} の変化をまとめたものである。その上の数字は　ある鋼重に於て最適化された断面形状で、その番号の要素の格点５に最も近い格点に於て、σ/σ_{ca} の値が最大となった事を示している。表１は、図２中に示したNo.2′, No.2の両点に於ける断面形状を示したもので、要素番号４, ５は 各々２, １に等しい為省略してある。

3）結論及び考察；

ⓐ. ω_{01}について―あらゆる鋼重に関して　ほぼω_{01}に比例している。ところが　この研究で初期値として選んだ等断面状態についてのω_{01}の変化は、Web.厚が 8mm→7mm へと変化するNo.1　また 7mm→6mm へと変化するNo.2に於て　急激な上昇を見せている。そして、No.1, No.2 の両点では、最適化後のω_{01}の値と、初期断面に於けるω_{01}の値との差は、ほとんど無視できる程小さい。この点に着目すれば、これらの鋼重の近傍に於て、この等断面状態が、最適断面であると考えてさしつかえない。

ⓑ. ω_{02}について―ω_{02}に関して注目すべきは、No.2′→No.2への変化につれて　ω_{02}が急激に上昇する事である。この原因は　表１で判るように　橋梁の支間全般に渡り桁高が十分に高くなる事であり、これは二次モードの固有振動数の上昇を計る場合に　非常に重要な要因である事を示している。

ⓒ 最適断面――桁の剛性を、基本振動数をその指標として高めるという意図で　最適断面を決定すると　No.2で得た断面が最適であると判断できる。その理由は、この断面がほぼ等断面と見做し得る事　また二次モードの振動数が急激に上昇する事からである。等断面ですめば、加工費の点から非常に有利である。

ⓓ 動特性への配慮―歩道橋に外負点　つまり歩行者が載った場合 ⓒで最適としたNo.2の ω_{01}=2.01Hz は低下して2Hz以下になる事は容易に推測できる。それは、振動感覚の鈍い領域に入ると考えられる。二次モードの振動数も又　高い方が良いと判断したのは、同様の現象から振動数が低下しても　なお振動感覚の敏感な領域に入らないようにとの配慮からである。