

防衛大学校土木工学教室

○正会員 中村 弘

〃 〃

正会員 石川 信隆

〃 〃

正会員 岡元 北海

1. 緒言 著者らは先に2次の影響すなわち i) 軸力による全塑性モーメントの低下, ii) 軸力による部材のたわみ性の増加および iii) 軸力とたわみとによる付加曲げモーメントの影響 (P-Δ 効果) を考慮した骨組構造物の最適塑性設計法を提示した。その設計手法は、塑性設計の上限定理に基づきある指定した終局荷重係数 (安全率) に達するまではいかなる2次崩壊機構 (上記2次の影響を考慮した崩壊機構) でも崩壊しないように構造物の全重量を最小にする最適な設計全塑性モーメントを一連のLPを適用して決定するものである。本報告では、さらに最適塑性設計における設計変数の取り方ならびに上記3つの2次の諸量の各々が最終の設計全塑性モーメントおよび構造物の全重量におよぼす影響を考察するとともに、既往の設計法²⁾との比較検討を行なうものである。なお、設計に用いた仮定は前報¹⁾と同じである。

2. 基本式

2次最適塑性設計に必要な基本式については、既に前報で詳細に述べたので、ここでは簡略に次のように表す。

(1) 2次最適塑性設計

$$\text{目的関数: } Z = \sum_{h=1}^n M_{ph} L_h \rightarrow \min. \quad (1a)$$

$$\text{制約条件: } \sum_{h=1}^n a_{ih} \gamma_h M_{ph} \geq \lambda_0 (e_i + e_{si}) \quad (i=1, 2, \dots, g) \quad (1b)$$

$$\sum_{h=1}^n b_{kh} \gamma_h M_{ph} \geq \lambda_0 (E_k + E_{sk}) \quad (k=1, 2, \dots, p-g) \quad (1c)$$

$$M_{ph} - M_{ph+1} \leq 0 \quad (h=1, 2, \dots, t-1) \quad (1d)$$

ただし、 Z = 構造物の全重量、 M_{ph} = 設計全塑性モーメント、 $L_h = M_{ph}$ - 矢の部材長、 h = 設計変数を示す記号、 n = 設計変数の全数、 i = 基本部材を示す記号、 k = 組合せ部材を示す記号、 a_{ih} 、 b_{kh} = 仮想回転角の係数、 e_i 、 E_k = 作用荷重時の1次仕事量、 e_{si} 、 E_{sk} =

P-Δ 効果による2次仕事量、 γ_h = 軸力による全塑性モーメントの低下を示す係数、 λ_0 = 終局荷重係数、 p = すべての可能な崩壊機構の数、 g = 節点崩壊機構をのぞく基本崩壊機構の数。

(2) 2次崩壊荷重解析

$$\text{目的関数: } \lambda_k = \sum_{j=1}^s M_{pcj} \theta_{kj} \rightarrow \min. \quad (2a)$$

$$\text{制約条件: } \theta_{kj} - \sum_{i=1}^m t_{ki} \theta_{ij} = 0 \quad (j=1, 2, \dots, s) \quad (2b)$$

$$\sum_{i=1}^m t_{ki} (e_i + e_{si}) = 1 \quad (2c)$$

ただし、 j = 節点数を示す記号、 s = 全節点数、 m = 基本崩壊機構の全数、 M_{pcj} = 節点 j の軸力を考慮した塑性モーメント、 θ_{kj} = 仮想回転角の係数、 θ_{ij} = 仮想回転角の係数、 t_{ki} = 係数、 λ_k = 2次崩壊荷重係数。

(3) 2次終局変形解析

$$\text{目的関数: } U = \sum_{j=1}^s (M_{pcj} - M_j) \theta_j \rightarrow \min. \quad (3a)$$

$$\text{制約条件: } \theta_j - \sum_{i=1}^m T_i \theta_{ij} + \left(\frac{L}{6EI} \right)_{jd} (2M_j + M_d) + \frac{N_d L_{jd}^3}{(EI)_{jd}^2} \left(\frac{1}{25} M_j + \frac{7}{360} M_d \right) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, s) \quad (3b)$$

$$\sum_{j=1}^s M_j \theta_{ij} = \lambda_k (e_i + e_{si}) \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (3c)$$

$$-M_{pcj} \leq M_j \leq M_{pcj} \quad (j=1, 2, \dots, s) \quad (3d)$$

ただし、 θ_j = j 節点の塑性回転角、 T_i = 部材 (又は節点) 回転角、 N_{jd} = 部材 jd の軸力、 EI_{jd} = 部材 jd の曲げ

剛性, $M_j = j$ 節点の作用曲げモーメント。

(4) 軸力および $P-\Delta$ 効果による 2 次仕事量

$$N_r = (\lambda_k \bar{e}_r - \sum_{j=1}^S M_j \bar{\theta}_{rj}) / \Delta_r \quad (r=1, 2, \dots, CH) \quad (4a)$$

$$e_{si} = (\delta_i \cdot \sum_{r=C_{i-1}+1}^{C_i} N_r) / \lambda_k \quad (i=1, 2, \dots, H) \quad (4b)$$

$$E_{sk} = \sum_{i=1}^H e_{si} \quad (k=1, 2, \dots, p-8) \quad (4c)$$

$\Delta_r = M-N$ 基本層構 r の仮想変位, $\delta_i = i$ 層目の相対水平変位, $C_i = i$ 層目の最大部材番号, $H =$ 基本層構の全数 ($< m$)。

3. 設計例および考察 本設計法の骨子は, まず 2 次的影響を無視した 1 次最適塑性設計を所要の安全性が確保されるまで行ない, ついで応力および変形ならびに 2 次的諸量が収束するまで 2 次最適塑性設計を行なうことになる。以下図-1 の 4 層ラーメン²⁾について数値計算を行ない考察を加える。(1) 設計変数の取り方による影響 — ここでは次の 3 つの場合を考える。CASE I (設計変数 = 3): $M_{p1} = M_{p2} = M_{p3} = M_{p4}$, $M_{p5} = M_{p6}$, $M_{p7} = M_{p8}$; CASE II (設計変数 = 4): $M_{p1} = M_{p2}$, $M_{p3} = M_{p4}$, $M_{p5} = M_{p6}$, $M_{p7} = M_{p8}$; CASE III (設計変数 = 8): M_{p1} , M_{p2} , M_{p3} , M_{p4} , M_{p5} , M_{p6} , M_{p7} , M_{p8} ; 図-2 は基本崩壊機構のほかに設計の制約条件として順次追加された崩壊機構(ただし, CASE I のみ)を示し, 1 次設計では $k=1 \sim 3$, 2 次設計では $k=4 \sim 13$ で, 2 次設計において新しい崩壊機構が現われている。また, 最終的な設計の制約条件式として有効に作用した崩壊機構は, $k=11, 13$ および最下層のみの層構である。図-3 は上記 CASE I, II, III についての各設計段階での構造物の全重量の変化を示したもので, 設計変数の取り方により最終的な全重量の差異が明らかにされている。図-3 および表-1 から CASE II と III の全重量の差は約 2% であり計算時間の短縮および実際の施工面から考えて柱部材の設計変数は 2 層づつ取ることが望ましいといえる。(2) 2 次的諸量の影響 — 図-4 は CASE II において, 3 つの 2 次的諸量をパラメータとして各設計段階に対する構造物の全重量の変化を示したもので, 最終的な設計において $P-\Delta$ 効果が最も影響が大きく, ついで軸力による全塑性モーメントの低下, 軸力による部材のたわみ性の増加の順であることが確認される。(3) 既往の設計法との比較 — 同じ条件のもとで限定した崩壊機構のみを考慮した Stevens²⁾ の解と本法を比較した結果, 表-1 に示すように本法の方が最終的な鋼重量で約 13% 小さくなることが認められる。

【参考文献】
1) 石川, 中村, 岡元, “2 次的影響を考慮した骨組構造物の最適塑性設計”, 第 3 回関東支部年次研究発表会講演概要集, 昭和 51 年 1 月
2) Stevens, L. K., “Control of Stability by Limitation of Deformations”, Proc. ICE, Vol. 28, July 1964.

Iteration	M_{p1}	M_{p2}	M_{p3}	M_{p4}	M_{p5}	M_{p6}	M_{p7}	M_{p8}	Z
CASE I									
(a) first-order	227 x 10 ³				313 x 10 ³			4.51 x 10 ³	811 x 10 ³
(b) second-order	336 x 10 ³				2.7 x 10 ³			5.05 x 10 ³	9.40 x 10 ³
(c) final	48.0				-12.5			12.0	16.9
CASE II									
(a) first-order	1.80 x 10 ³	2.27 x 10 ³			3.60 x 10 ³			4.34 x 10 ³	8.09 x 10 ³
(b) second-order	5.2	49.7			-2.4			10.0	11.8
(c) final	185 x 10 ³	185 x 10 ³	185 x 10 ³	2.70 x 10 ³	3.85 x 10 ³	3.70 x 10 ³	7.00 x 10 ³	4.54 x 10 ³	9.94 x 10 ³
CASE III									
(a) first-order	2.24 x 10 ³	2.24 x 10 ³	2.60 x 10 ³	3.82 x 10 ³	3.82 x 10 ³	4.71 x 10 ³	3.91 x 10 ³	4.71 x 10 ³	8.85 x 10 ³
(b) second-order	21.0	21.0	40.5	41.5	-10.9	10.8	5.7	3.7	11.5
(c) final	4.90 x 10 ³				313 x 10 ³		417 x 10 ³		10.90 x 10 ³
(d) Stevens solution					-314		-12.5		21.1
(e) final									-13.0

表-1 最終設計結果

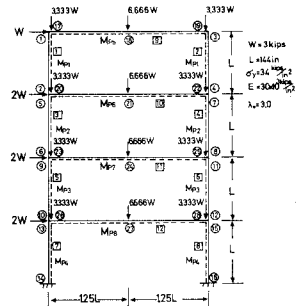


図-1 構造および載荷形式

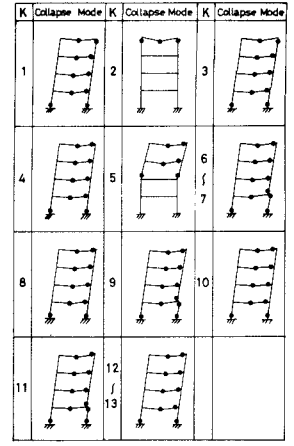


図-2 崩壊機構

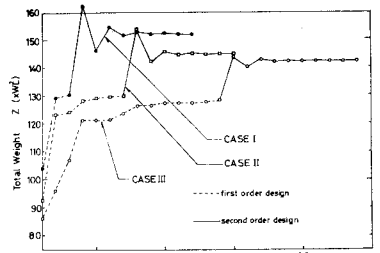


図-3 設計変数の取り方が全重量に及ぼす影響

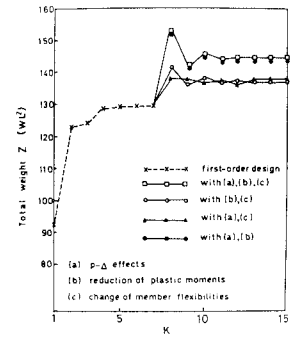


図-4 2 次的諸量が全重量に及ぼす影響