

I-321 最適無次元構造解析について(才2報)

熊本大学 工学部 正員 三池 亮次
 熊本大学 工学部 正員 〇小林 一郎
 九州電力 (元熊本) 正員 丸内 進

1. まえがき: 構造物は、その大きさに応じて力学的に、如何なる構造形態をとるのが最適かということは、構造工学者にとって興味ある問題である。そのトポロジ的性質が与えられたときの構造形式の選定は、座標と設計変数とする最適設計の問題であるが、解析はかなり困難である。また、骨組形状は相似の条件の下で、部材断面の最適の大きさと形状を選択する問題においては、一般にスパン L の増大と共に活荷重の占める割合が速減する。それに代って死荷重が支配的となれば、むしろ自重を軽くする観点から、断面はスパン L に比較して小さく設計し得るであろう。このような問題は、構造の力学的相似条件を的確に表示するような物理的に意義のある無次元数で、構造物の形状、材質、外力および変形に関するパラメーターを構成し、各スパン毎に最適設計を行えばよい。無次元数を用いた最適設計は、とくに剛結トラスに対しても効果的であることなどについて述べる。

2. 剛結トラスの最適無次元解析: 骨組構造解析における無次元剛性マトリックス K^* は、部材の細長比 λ 、部材断面積 A 、長さ l 、ヤング率 E の、各々の特性値 A_0, l_0, E_0 に対する比、 $k_A = A/A_0, k_l = l/l_0, k_E = E/E_0$ 、変換マトリックス T およびボアソン比 ν によって構成される。この形状および材質の無次元数に対応する変位 U および回転変位中の無次元数 $U^* = (E_0 A_0 / P_0)(U / l_0)$, $\phi^* = (E_0 A_0 / P_0)\phi$ を要素とする変位の無次元数を d^* とし、また外力の特性値を P_0 、外力の無次元数を $P^* = P/P_0$ 、モーメント M の無次元数 $M^* = M/P_0 l_0$ を要素とする、無次元外力を p^* 、応力の無次元数を $\sigma^* = \sigma A_0 / P_0$ で与えるとき、変位または応力の無次元数 d^*, σ^* は、これらの形状、材質および外力の無次元数の関数となり、

$$d^*, \sigma^* = F(\lambda, k_A, k_l, C_F, \pi, \nu, k_E) \cdot P^* \quad (1)$$

ここに、 C_F は部材断面の中立軸よりの縁距離 $k/2$ と断面2次半径 r の比で、一種の断面係数であり、

$$C_F = k/2r \quad (2)$$

である。また無次元外力 P^* としては、死荷重を P_0 、活荷重を P_L 、骨組部材の単位重量を w 、その特性値を w_0 、死荷重の特性値を $P_{00} = w_0 A_0 l_0$ とする場合、死活荷重の合力 P を P_{00} で除いた無次元数 P^* は、

$$P^* = P_{00}^* + \frac{P_L}{w_0 A_0 l_0} \quad (3)$$

である。 $P_{00}^* = P_{00}/P_{00}$ の要素 P_{00}^* は $k_w = w/w_0$ として、 $P_{00}^* = \sum \alpha k_w \cdot k_A \cdot k_l$ (ここに α は定数)であり、無次元応力 $\sigma^* = \sigma/w_0 l_0$ であるから、死荷重応力はスパンに比例し、活荷重応力は部材断面積 A に、したがってスパンに逆比例するといえる。

このような無次元表示による最適構造解析の長所として

(1) 一般に座屈条件は、細長比 λ の関数で与えられる。したがって形状設計変数として、断面積 A とか、断面2次モーメント I を構造変数とするよりは、無次元パラメーターの1つとして細長比 λ が現われるように、構造基礎式を無次元化して解析する方が有利である。たとえば、トラスの曲げによる2次応力は、

$$\sigma_m = \frac{1}{k_A} \cdot \frac{1}{k_l} \cdot \lambda \cdot C_F \cdot M^* \cdot w_0 \cdot \frac{l_0}{L} \cdot L \quad (4)$$

であり、また、トラスの曲げによる2次応力に対する制限は、部材の高さ h と部材長さ l の比 $h/l \leq 1/10$ として与えられるが $h/l = 2C_F/\lambda$ であるから、細長比 λ の下限は $20C_F \leq \lambda$ のように設定される。

(2) 部材断面の形状特性として、断面積の特性値 A_0 と、無次元数 k_A, λ, C_F などとを独立のパラメーターとして、選定することができる。断面の厚さなどの断面制約条件は直接には、考慮の必要がない。求められた無次元数から、断面制約条件を満足するように、オ2段階の断面最適設計において、断面の詳細を定めることになる。

(3) 構造の力学的な一般性状と把握することが容易になる。

(剛結トラスの解法の一例)

トラスの最適細長比 λ は、たんに座屈条件のみでなく2次応力を含めたトラスの部材応力を最小にする条件より算定されるべきであろう。したがって厳密には、 λ をパラメーターにとるときは2次応力を考慮する。つまり剛結トラスとして、最適細長比 λ を決定すべきと考える。なお、目的関数 Z は最小重量設計に従うとき

$$Z = w_0 A_0 l_0 \{ 1 + \sum k_{w_i} k_{A_i} k_{e_i} \} \quad (5)$$

で与えられ、制約条件は、

$$\sigma_{ca} \leq w_0 (b/L) L \cdot \sigma^* \leq \sigma_{ta} \quad (6)$$

$$20C_F \leq \lambda \leq 120 \quad (7)$$

$$20C_F \leq \lambda \leq 200 \quad (8)$$

である。ただし、式(7)は圧縮、式(8)は引張の部材に関する制約条件であり、 σ_{ca}, σ_{ta} はそれぞれ圧縮および引張に関する許容応力である。図-1のトラスモデルを用いた例の解析結果を図-2、及び表-1に示す。なお、最適化するに際しては、反復線形計画法(SLP)を用いた。

(ピン結トラスのスパンと断面積の関係)

図-3に示す格間数2のトラスを対象として、幅員は7.5mで一定とし、死荷重としては、主構の鋼重、床版、縦横桁荷重、活荷重としては、「道路橋示方書」を参考にして、線荷重および等分布荷重を、考える。許容圧縮応力とし

ては、 $\sigma_{ca} = -1400 \text{ kg/cm}^2$ と

$\sigma_{ca} = -1100 \text{ kg/cm}^2$ を考える。

断面積とスパンの関係は、図-4に示す通りであり、 $A_0 \propto L$ の関係が得られる。

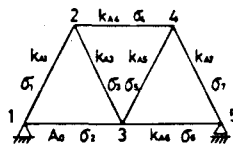


図-3

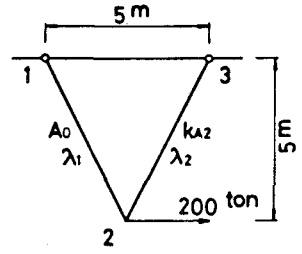


図-1

	$A_0 (\text{cm}^2)$	k_A	λ_1	λ_2	$\sigma_{ca} (\text{kg/cm}^2)$	$\sigma_{ta} (\text{kg/cm}^2)$	全重量 (kg)
初期値	200.0	2.0	15.0	15.0	1162 (1400)	-583 (-1400)	2636
最適解	157.880	1.02775	24.49	24.49	1408 (1400)	-1362 (-1362)	1424

表-1

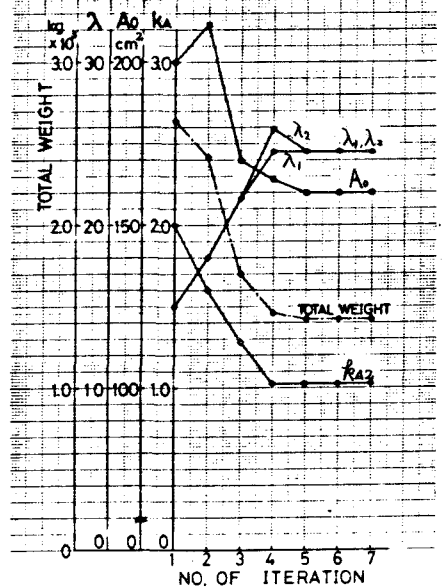


図-2

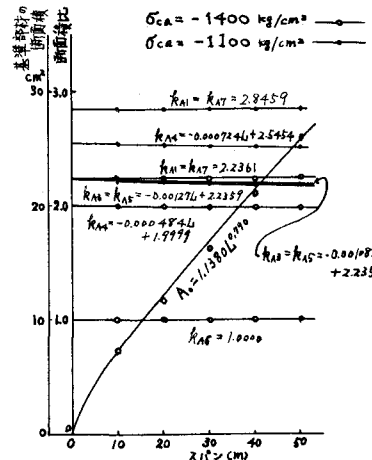


図-4: スパンと設計変数 (k_A, A_0) の関係