I-320　構造設計における部材断面Suboptimizationの理論的考察

岐阜大学　正員　近藤 昇

1　まえがき

大久保氏が文献1)において示したトラス部材の断面Suboptimizationの数値解を，R.Bellmanの最適性の原理により理論解として導いた。

2　不静定トラスの設計過程

不静定トラスの設計過程を図-1のようにモデル化して示す。設計過程は，多くの決定からなる多段階決定過程と見なすことができるが，前に行なった決定が，その後の二，三の決定を経た後に制約条件により判定され，あるものは修正を要求されることがあるという点で複雑である。現行の許容応力度設計法においては，feasible，unfeasibleの判定条件は，主に部材の応力度の判定である。圧縮部材の場合，応力度は部材の細長比によって決まり，すべての決定が行なわれた後でなければ判定条件が数値的に決まらないからである。

全設計過程を部材力の算定までと，それ以後に分ける。前者を部材力配分過程，後者を部材断面寸法決定過程とする。全設計過程は，部材力配分過程という一つの流れの後に，部材数に等しい個数の部材断面寸法決定過程が平行して続く構造となっている。この個々の部材断面寸法決定過程のSuboptimizationを考える。

DPの基本原理であるR．Bellmanの最適性の原理を適用すれば，「最適設計では，部材力配分過程における$\mathbb{X}$，$\mathbb{A}$の決定（$\mathbb{X}=\bar{\mathbb{X}}$，$\mathbb{A}=\bar{\mathbb{A}}$）が何んであっても，部材断面寸法の決定は，$\mathbb{X}=\bar{\mathbb{X}}$，$\mathbb{A}=\bar{\mathbb{A}}$であり，その時の部材力$\mathbb{P}=\bar{\mathbb{P}}$という状態についての最適決定となっていなければならない。」となる。したがって部材断面寸法決定のSuboptimizationは　設計パラメーターL，A，P，設計変数a，b，c，dについての最適化である。

3　断面のSuboptimizaton ＝断面二次半径最大化問題

<Suboptimizationの制約条件>

材質はSS41とする。許容応力度は，圧縮の場合，道示・解2.2.1式，2.2.2式を安全率1.73で除した値，

$$\left.\begin{array}{ll}(L/r)\leq 93 & \sigma_{ca}=1385-2.025\left(\frac{L}{r}\right)-0.0480\left(\frac{L}{r}\right)^2 \quad (kg/cm^2)\\ (L/r)\geq 93 & \sigma_{ca}=1767-13.22\left(\frac{L}{r}\right)+0.0282\left(\frac{L}{r}\right)^2\end{array}\right\} \text{①}$$

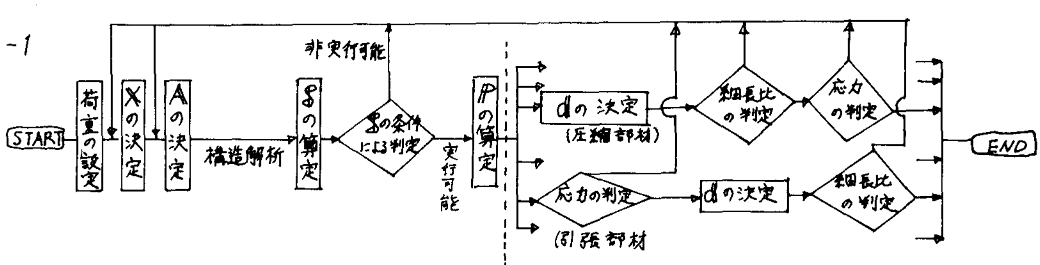
引張の場合$\sigma_{ta}=1400\,kg/cm^2$とする。その他に，次の規定がある。

最小板厚規定；
$$\frac{a-c}{2}\geq\frac{c}{40},\quad \frac{b-d}{2}\geq\frac{d}{40} \qquad \text{②}$$
$$\frac{a-c}{2}\geq 0.8\,cm \quad \frac{b-d}{2}\geq 0.8 \qquad \text{③}$$

最大細長比の規定：
$$\frac{L}{r}<120 \qquad \text{④}$$

制約条件②，③の下で断面二次半径最大化問題を考える。圧縮部材の場合，このSuboptimizationの後には，細長比の判定　$L\leq 120r$ (1) と，応力度の判定 $A\geq P/\sigma_{ca}$ (2) が続く。断面二次半径最大化問題の解$r=r_{max}$は，設計パラメーターLに関する判定条件(1)の上限値を最大にし，A，Pに関する判定条件(2)の下限値を最小にする。（

図-1



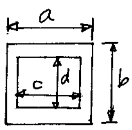
$\mathbb{L}=\{L_1,L_2\cdots L_m\}$＝部材長　　$\mathbb{X}=\{x_1,y_1,\cdots x_n,y_n\}$＝格点位置

$\mathbb{A}=\{A_1,A_2\cdots A_m\}$＝部材断面積　　$\mathbb{d}=\{a,b,c,d\}$＝断面寸法

$\mathbb{S}$＝格点変位　　$\mathbb{P}=\{P_1,P_2,\cdots P_m\}$＝部材力

なぜなら，式①よりLが一定のとき，$r \to max$ ならば $\sigma_{ca} \to max$。）　したがって，トラスの最小重量設計を考えると，断面二次半径最大化問題は，feasible 領域を最大限拡大し，総重量最小となる可能性を最大にすることにより最適決定である。引張部材の場合，許容応力度は，部材の断面性能には無関係である。応力度の判定は断面寸法決定以前に行なえる。断面決定以後には細長比の判定のみが続く。断面積Aは設計パラメーターとして一定であるので，断面二次半径最大化問題は総重量最小化とは直接関係なくなる。しかし構造全体の剛性を保障するための条件④の主旨について最適決定である。

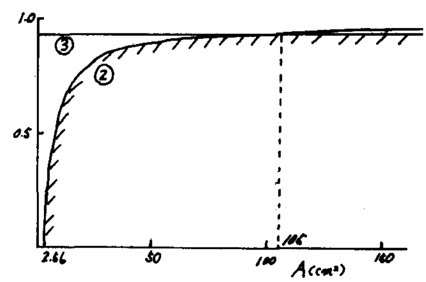
4　箱型断面の Suboptimization の結果と判定条件の集約化



柱部材の力学的特性は，弱軸回りの断面性能で決まる。一定断面積では正方形が有利である。$a=b$，$c=d$ とする。　$c=\alpha a \ (0 \le \alpha \le 1)$ とすれば，$A=a^2(1-\alpha^2)$。Aは設計パラメーターとして一定と考え，　$r^2=\frac{I}{A}=\frac{A}{12}\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2}$ 。したがって，部材断面の Suboptimization は次のようにαに関する一変数最大値問題となる。

制約条件　　$0 \le \alpha \le 1$，　$\alpha < \frac{A-2.56}{A+2.56}$　（②より），　$\alpha < \frac{20}{21}$（③より）

目的関数　　$r^2=\frac{A}{12}\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2} \longrightarrow max.$



rはαの単調増加関数であるから，左図を参照して，

$2.56 \le A \le 105 (cm^2)$ で

$\alpha=\frac{A-2.56}{A+2.56}$ のとき　$r=r_{max}=0.128\sqrt{A^2+6.55}$，$a_{opt}=\frac{A}{3.2}+0.8$

$105 \le A$ で

$\alpha=\frac{20}{21}$ のとき　$r=r_{max}=1.31\sqrt{A}$　，$a_{opt}=3.28\sqrt{A}$

この結果を用いると条件(1)は，

$2.56 \le A \le 105$ で　$\sqrt{0.00427(L)^2-6.55} \le A$，$105 \le A$ で　$2.033\times10^{5}(L)^2 < A$

許容圧縮応力度の分岐点　$L=93r$ は，

$2.56 < A < 105$ で　$\sqrt{0.0071(L)^2-6.55}=A$，　$105 < A$ で　$3.384\times10^{5}(L)^2=A$　となる。部材長$10m$までの部材を対象にすれば，応力度に関する条件式(2)は，(1)'を同時に考慮して次式のように集約できる。

$\sqrt{0.00427(L)^2-6.55} \le A \le \sqrt{0.00710(L)^2-6.55}$ で

$$A\left[1767-13.22\frac{L}{0.128\sqrt{A^2+6.55}}+0.0282\frac{(L)^2}{(0.128)^2(A^2+6.55)}\right] \ge P$$

$\sqrt{0.00710(L)^2-6.55} \le A \le 105$ で

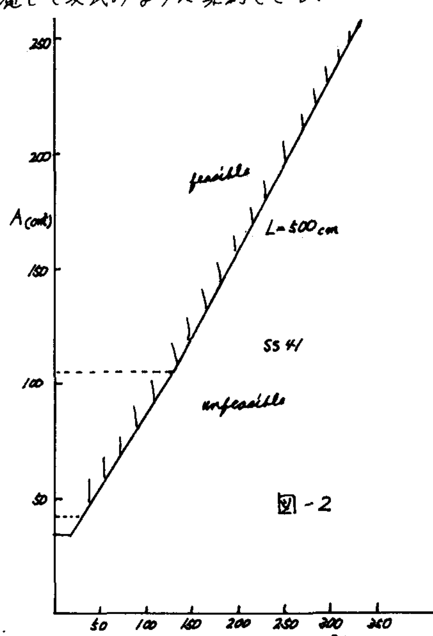
$$A\left[1385-2.025\frac{L}{0.128\sqrt{A^2+6.55}}-0.0480\frac{(L)^2}{(0.128)^2(A^2+6.55)}\right] \ge P$$

$105 < A$ で

$$A\left[1385-2.025\frac{L}{1.31\sqrt{A}}-0.0480\frac{(L)^2}{(1.31)^2A}\right] \ge P$$

単位　$L(cm)$　$A(cm^2)$　$P(t)$

$L=5m$ の結果を図－2に示す。



図－2

5　むすび

大久保氏は，文献2)に Suboptimization の定義と実行可能な条件を付記している。不静定構造物の場合，作用外力を設計パラメーターにするには，トラスの場合は断面積，桁橋の場合は断面二次モーメントを一定という条件が，Suboptimization の場合追加されるべきである。

参考文献　1)「トラス構造物の最適設計法に関する研究」土木学会論文報告集 第177号　2)「Suboptimization による鋼連続桁の最適設計」同 215号