

熊本大学 正会員 ○平井 一男

八代高専 正会員 水田 洋司

逐次積分法における不安定現象(発散)の原因の一つとして、外力項(=加速度を求める際の外力に相当する項)の不連続性・ある箇所への力の集中性をあげることができる。この現象は、変形と外力の関係から推察できるが、例えば線形加速度法において、安定な応答と不安定な応答における外力項の比較によっても知ることができる(図-1)。本研究は、不安定な応答で見られる外力項の不連続性・集中性という点に着目して、外力のある区間の長さに分散させることにより、不連続性をやわらげ、集中性を妨げることを試みた。以下、使用する逐次積分法は、線形加速度法とする。

理論

多質点系の運動方程式(1)式を解く場合の一連の式は、次式で表わされる。また、外力項は、(2)式よ

$$M\ddot{w} + K\dot{w} = F \quad (\text{減衰項は省略}) \quad (1)$$

$$\ddot{w}_n = (M + \frac{h^2}{6}K)^{-1} \{F_n - K(\dot{w}_{n-1} + h\dot{w}_n + \frac{h^2}{3}\ddot{w}_{n-1})\} \quad (2)$$

$$\dot{w}_n = \dot{w}_{n-1} + \frac{h}{2}(\ddot{w}_{n-1} + \ddot{w}_n) \quad (3)$$

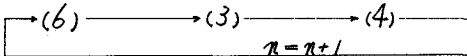
$$w_n = w_{n-1} + h\dot{w}_{n-1} + \frac{h^2}{3}\ddot{w}_{n-1} + \frac{h^2}{6}\ddot{w}_n \quad (4)$$

$$P_n = F_n - K(\dot{w}_{n-1} + h\dot{w}_n + \frac{h^2}{3}\ddot{w}_{n-1}) \quad (5)$$

り(5)式の様に表わされる。図-1(a)・(b)は、それぞれ不安定な応答・安定な応答における任意時間点(いずれも6ステップ目)での(5)式の値をプロットしたものである(数値計算例のモデルを用いている)。図からも理解できる様に、外力項を最初から図-1(b)の状態に変換することができれば発散にはいたらないものと思われる。それ故、任意の力のある有限区間に分散させる働きをもつ分散マトリックス(Dispersion Matrix: 仮称)を、(5)式に前から乗じてできたベクトルを新しい外力項として用いる事を提案する。この修正された外力項による新しい加速度は、次式で表わされる。

$$\ddot{w}_n = (M + \frac{h^2}{6}K)^{-1} DM \{F_n - K(\dot{w}_{n-1} + h\dot{w}_n + \frac{h^2}{3}\ddot{w}_{n-1})\} \quad (6)$$

従って、外力項を分散させた新しいアルゴリズムは、次の様になる。



次に、分散マトリックスの定め方であるが、これは分散の度合と安定な時刻時間の関係を知って定める事が一番確実である。しかし、現段階ではその関係を見出す事ができず、次の2項に注意して分散マトリックスの要素の大きさを定めている。

(1)、分散マトリックスの任意の列ベクトルの和は1である(境界は除く)。これは

外力和が一定(DMのノルムが1)という事に等しい。

(2) 単純反復法の収束性に対する条件

また、分散の幅は、次の事に注意して決めている。

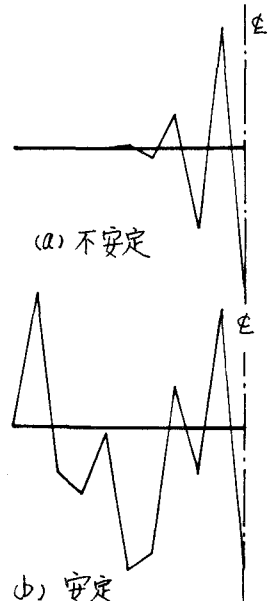


図-1 外力項(6ステップ)

表-1. 固有振動数

次数	振動数(Hz)
1	1.02
2	4.00
3	9.00
⋮	⋮
18	267.45
19	277.36

- (3) 分散幅が狭い時は、 $\sum_{i=1}^n |a_{ij}/a_{ii}|$ の値をなるべく1に近くし、
分散幅が広い時には、0.65以上(但し1以下)にする

数値計算例

図-2に示す単純梁を例にとり、大きさの等しい21個の集中質量をもつ有限要素に分け、荷重は中央点に一定力(図-2(c))が作用するものとしている。なお、計算式は減衰を無視して(7)式に示す様子を無次元化を行なっている。

$$\alpha M' \ddot{w} + K' w = \beta \cdot F' \quad (7)$$

ここに、 $\alpha = \rho A L^4 / E I G$ 、 $\beta = P L^3 / E I$ 、 M' 、 K' 、 F' は無次元量である。 α はBernoulli-Euler梁と考えた時の最小固有振動数が1Hzになる様に、また β は中央に荷重が作用した時の中央点の静的たわみが約3cmになる様に決定している。また分散の入りさは、9分散で、分散マトリックスの任意の列ベクトルの非零要素は次の様な値である。

$$DV(9)^T = \{0.0067, 0.0267, 0.06, 0.1067, 0.6, 0.1067, 0.06, 0.0267, 0.0067\}$$

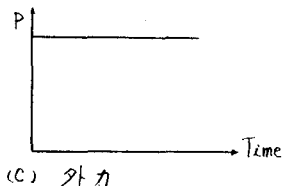
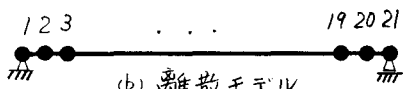
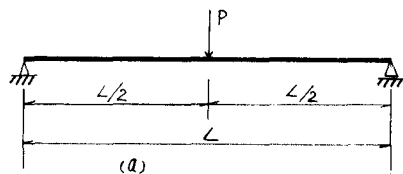


図-2. 数値計算モデル

表-1には、図-2(b)の単純梁の固有振動数を記し、図-3には、各タイムメッシュにおける応答の比較を行なっている。なお、数値計算においてはモーメントの項を消去している。

図-3からわかる様に、線形加速度法の時の安定限界刻み時(0.0018sec)に比して、分散を施した時の安定刻み時間(0.035sec)は19倍程度になっていることがわかる。この例では9分散の場合を示したが、7分散・5分散あるいは3分散においても、安定な刻み時間を伸ばすことができる。今後の研究課題としては、分散の幅・要素の大きさと安定な刻み時間の関係を明らかにすることである。

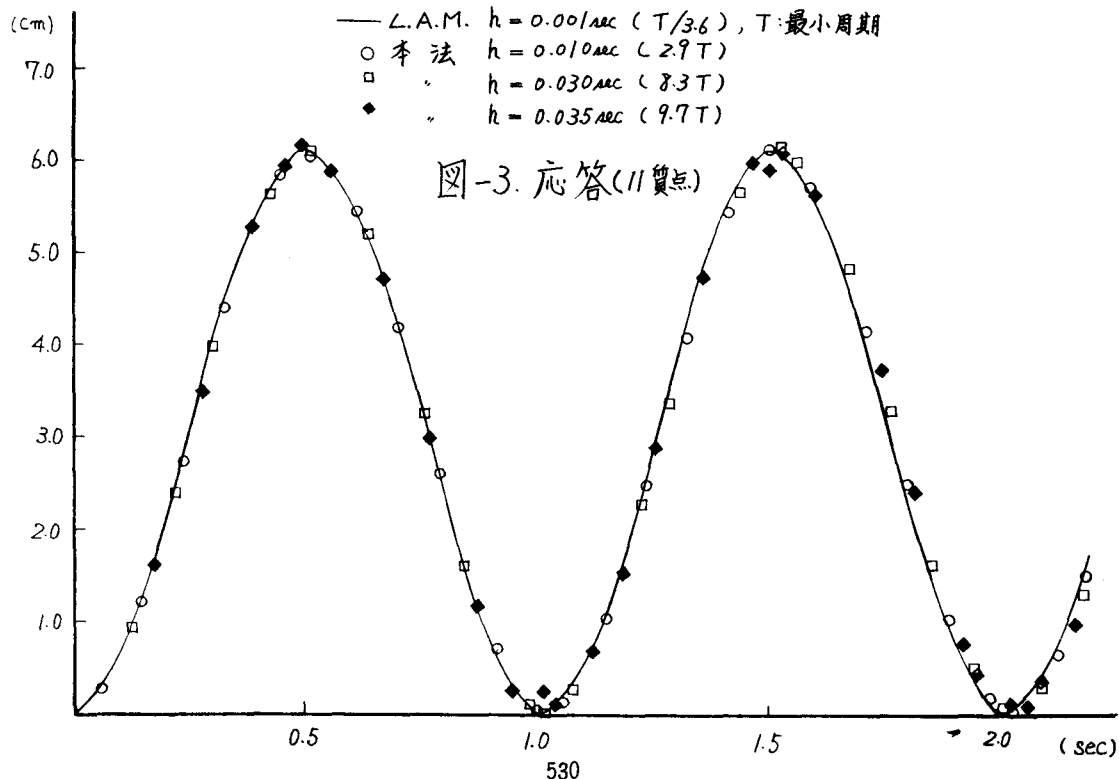


図-3. 応答(11質点)