

九州大学 学生員 肥後野孝倫

九州大学 正員 吉村 虎蔵

日本国有鉄道 正員 江村 康博

動的結合法によれば、2ヒンジアーチ橋、タイドアーチ橋、ローゼ析橋など、及び吊橋の固有値解析は、下路ランガー橋の固有値解析に置き換えることができる。そこで、この報告ではまず、ランガー橋の走行荷重応答を無次元解析し、各種パラメータの応答に及ぼす動的効果などについて述べる。これらの結果は上の諸形式橋梁にそのまま用いることができる。つぎに、60 m級の2つの実橋の走行応答の計算結果から、相似した構造をもつ両橋の応答性状の相異点をさぐり、その応答相異の原因の考察について報告する。

(1) 無次元振動数・モード及び運動方程式と応答

結合法によれば、ランガー橋の対称振動の振動数方程式は、

$$1 + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} 512 E f^2 B / m^2 \pi^2 l^4 (\omega_{gn}^2 - \omega^2) = 0 \quad (1)$$

ω_{gn} = 補剛析の固有円振動数、 $B = A_a A_g / [A_a + A_g \{1 + 8(\frac{1}{2}l)^2 + 19.2(\frac{1}{2}l)^4\}]$

いま、 $\omega^2 / \omega_{g1}^2 = \Omega^2 / 2$ とおけば、式(1)は次のように無次元化される。

$$(I_g / f^2 B) = -512 / \pi^4 \cdot \sum_{n=1,3,5}^{\infty} 1 / m^2 (m^4 - \Omega^2 / 2) \quad (2)$$

この式から m 次の Ω_m と $(I_g / f^2 B)$ との関係が図-1のように求められる。

逆対称振動数は $\Omega_m = \sqrt{2} m^2$ 、 $m = 2, 4, \dots$ で表わされ、図-1に插いた。

また、結合法における対称・逆対称振動モードは、それぞれ次のように無次元表示できる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_m(x) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n} (n^4 - \Omega_m^2 / 2) \cdot \sin(n\pi x / l) \right\}, & m = 1, 3, \dots \\ \varphi_m(x) &= \sin(m\pi x / l), & m = 2, 4, \dots \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

このように ω_m と $\varphi_m(x)$ とが無次元化されれば、Modal Analysisによって各次の運動方程式から応答を知ることができる。荷重車はこれまでの研究から、図-2のモデルを用いることとする（ばね下質量を無視）。ここでさらに橋と荷重車の運動方程式を無次元化すると、 m 次振動についてはそれぞれ次式となる。たわみ $w(x, t) = \sum_m \bar{g}_m(t) \varphi_m(x)$ とおくと、

$$\begin{aligned} \alpha^2 \frac{d^2 \bar{g}_m}{d\tau^2} + 2h_m \Omega_m \alpha \frac{d\bar{g}_m}{d\tau} + \Omega_m^2 \bar{g}_m &= \frac{\varphi_m(2m\pi\tau)}{\bar{M}_m} \bar{P} \left\{ 1 + \Omega_0^2 \left\{ \bar{Z} - \sum_m \bar{g}_m \varphi_m(2m\pi\tau) \right\} + 2h_0 \Omega_0 \alpha \left\{ \frac{d\bar{Z}}{d\tau} - \sum_m \frac{d\bar{g}_m}{d\tau} \varphi_m(2m\pi\tau) \right\} \right\} \\ \alpha^2 \frac{d^2 \bar{Z}}{d\tau^2} + 2h_0 \Omega_0 \alpha \left\{ \frac{d\bar{Z}}{d\tau} - \sum_m \frac{d\bar{g}_m}{d\tau} \varphi_m(2m\pi\tau) \right\} &+ \Omega_0^2 \left\{ \bar{Z} - \sum_m \bar{g}_m \varphi_m(2m\pi\tau) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $\alpha = \frac{v}{2l} \sqrt{\Delta/g}$ 、 $\Delta = \rho g l^4 / 48 E I_g$ 、 $\tau = vt / 2l$ 、 $\bar{P} = P_0 / \rho g l$ (P_0 は荷重車重量)、 $\bar{M}_m = M_m / \rho l$ 、 $M_m = \int \rho \varphi_m^2(x) dx$ 、 $\Omega_m = \omega_m \sqrt{2} / \omega_{g1}$ 、 $\Omega_0 = \omega_0 \sqrt{2} / \omega_{g1}$ (ω_0 は荷重車の ω)、 $\bar{g}_m = g_m / \Delta$ 、 $\bar{Z} = Z / \Delta$ 。ここで動的増幅率として次の2種を考える。

$$\lambda = W_{dmax} / W_{smax} = (\text{動的最大たわみ}) / (\text{静的最大たわみ})$$

$$\lambda_d = \Delta W_{dmax} / W_{smax} = (\text{動的増加たわみの最大}) / (\text{静的最大たわみ})$$

応答に及ぼすパラメータは次の6種が考えられる。

(1) 構造パラメータ $\nu = I_g / f^2 B$ 、(2) 振動数比パラメータ $\mu = \Omega_0 / \Omega_2$ 、(3) 速度パラメータ α 、(4) 重量比パラメータ $\bar{P}$ 、(5) 荷重車の初期変位パラメータ $\bar{Z}_0$ 、(6) 減衰パラメータ h_0 、 h_m 。

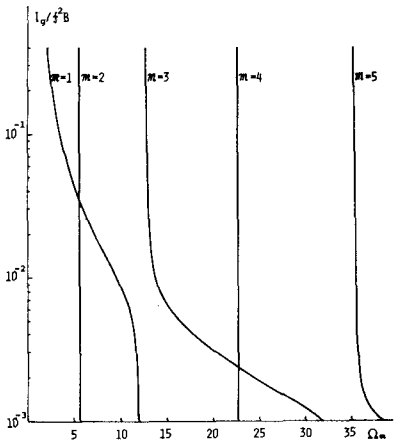


図-1

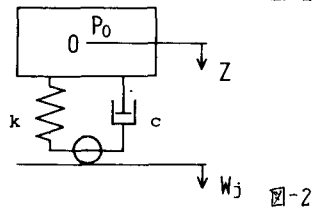
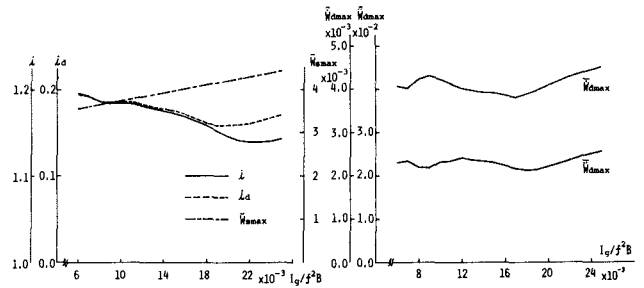


図-2

$\mu=1.0$ 、 $\alpha=0.033$ 、 $\bar{P}=0.05$ 、 $\bar{Z}_0=0.0034$ 、 $h_0=0.03$ 、 $h_m=0.01$ の場合、 $1/4$ 点の応答のうち、 $\bar{W}_{smax}$ 、 i 、 i_d 、 $\bar{W}_{dmax}$ 、 $\dot{W}_{dmax}$ と ν との関係を図-3a, b に示す。この図からは、 $\bar{W}_{smax} = \bar{W}_{smax} \cdot \Delta$ 、 $\dot{W}_{dmax} = \dot{W}_{dmax} \sqrt{gA}$ 、 $\dot{W}_{dmax} = \dot{W}_{dmax} \cdot g$ より実応答が得られる。この場合では、実際に考えられる ν の範囲で、応答が 20~30% 変化することとなる。その他のパラメータの効果については当日発表したい。



(2) 2つの実橋の応答の差異について

図-3 a

図-3 b

振動感覚差の原因について疑問をもつ2つの実橋がある。S・30頃架設のK橋・G橋の2つのランガー橋がそれであり、K橋はよく揺れるといわれている。両橋の諸元は表-1の通りで、共に60m級2車線道路橋。固有振動数、モード、 ν 値もよく似ている。両橋に $P_0=12.7\text{ton}$ 、 $h_0=0.03$ 、 $Z_0=-0.3\text{cm}$ の荷重車を速度 20, 40 km/h で走行させたときの $1/4$ 点の ΔW_{dmax} 、 $\dot{W}_{dmax}$ 、 $\ddot{W}_{dmax}$ を、荷重車の T_0 を変えて示すと図-4a, b, c となる。これらの差が振動感覚の差となるものと思われる。 i_d の値(表-1) は同程度であるが、応答差はそれぞれ 40%、35%、15% が得られるわけで、両橋の Δ 、 $\bar{P}$ の値の差が応答差をもたらしているものと判断される。 $1/4$ 点の $\bar{W}_{smax}$ の差が 40% であり、また K 橋の設計時のたわみ制限が $1/4$ 点で照査されていることからみると、その応答差の大きな原因はこれによるものと考えられる。数値計算は、Runge-Kutta-Gill 法によったが、時間さざみは最小固有周期の $1/5$ を用いた。精度の検討の一例が表-2 である。

	L (m)	f (m)	B (cm ²)	$\nu = Ig/f^2B$	Δ (cm)	$\bar{P}$	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	i_d	$\nu=40\text{km/h}$ $T_0=0.45\text{sec}$
K Bridge	57.2	9.0	128	1.62×10^{-2}	201.6	6.96×10^{-2}	18.3	14.5	29.3	58.5	0.115	(1/4点)
G Bridge	62.0	10.0	154	1.58×10^{-2}	269.1	4.60×10^{-2}	18.1	14.1	28.0	56.4	0.114	(1/4点)

表-1

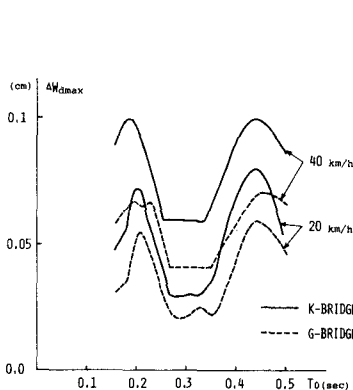


図-4 a

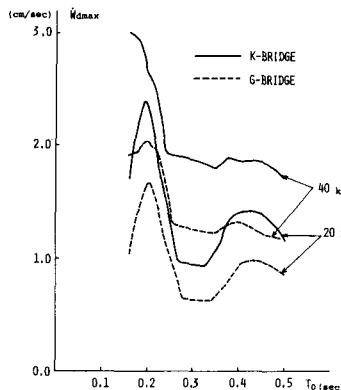


図-4 b

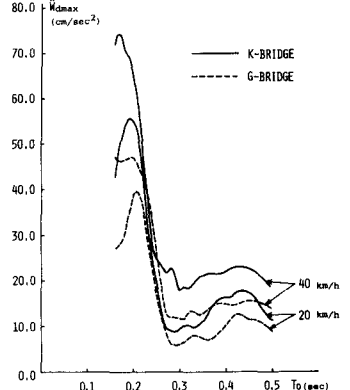


図-4 c

	NK	$\dot{W}_{dmax}$	$\ddot{W}_{dmax}$	$\dot{W}_{dmax}$	$\ddot{W}_{dmax}$
1/48	3000	0.8953	0.082	1.6180	17.4697
1/24	1500	0.8953	0.082	1.6176	17.4695
1/12	750	0.8952	0.082	1.6175	17.4655
1/8	500	0.8952	0.082	1.6173	17.3940
1/5	350	0.8952	0.0819	1.6144	17.2806
1/3	200	0.8940	0.0801	1.6185	16.3394

(cm) (cm) (cm/sec) (cm/sec)

表-2

参考文献

- (1) 吉村平井 ランガー橋の動的解析 土木学会論文集 101, S.39, 1
- (2) 吉村平井 補剛アーチ橋およびつり橋の動的共置解析, 土木学会論文集 115, S.40, 3
- (3) 小堀, 堀川 単一動荷重に対する道路橋の振動感覚, 土木学会論文報 248, S.51, 4