

北大 工学部

学生員 岸 徳光

正 員 能町 純雄

正 員 角田 与史雄

1. まえがき

薄肉構造体の波動伝播特性によれば、構造体と構成する薄板要素の曲げ波動が波動伝播特性に大きく影響することがわかる。この現象は桁の移動荷重による振動性状にもある種の影響を与えるものと考えられる。

本論文では、集中荷重が上フランジ中央部を走行するときの薄肉箱桁の動的特性によって検討を行う。解析は曲げたわみと3次放物線、面内変位と線型と仮定する折板エレメントを用いる。この方法による最低次分散曲線が微分方程式より求められる最低次分散曲線によく近似することを著者等は確認している。

2. 解析理論

箱桁を図-1のように5要素に分割し要素剛性マトリックスを各要素に適用し構造体の対称性を考慮して桁全体の動的剛性マトリックスを求める。

さらに全体を軸方向に有限Fourier変換して整理すると、

$$[K] \{S_m[\delta]\} + [M] \left\{ \frac{\partial^2}{\partial t^2} S_m[\delta] \right\} = \{S_m[p]\} \quad \dots (1)$$

一般解：

$$\{S_m[p]\} = \{0\}, \quad \{S_m[\delta_g]\} = \{S_m[\Delta_g]\} \sin \frac{m\pi}{2} C_g t \quad \text{において式(1)に代}$$

入すると

$$\left[[K] - \left(\frac{m\pi}{2} C_g \right)^2 [M] \right] = 0 \quad \dots (2)$$

式(2)を解いて固有値、固有ベクトルを求める。固有ベクトルからなるマトリックスを $[V]$ とおき各固有値に対する未知定数を $S_m[\psi]$ とすると一般解の変位の像関数は、

$$\{S_m[\delta_g]\} = [V] \left\{ S_m[\psi] \sin \frac{m\pi}{2} C_g t \right\} \quad \dots (3)$$

特殊解：

いま荷重の移動速度を C_p と仮定すると、 $\{S_m[p]\} = \{p\} \sin \frac{m\pi}{2} C_p t$ となる。式(1)にこの関係式を代入しさらに $\{S_m[\delta_s]\} = \{S_m[\Delta_s]\} \sin \frac{m\pi}{2} C_p t$ において解くと特殊解の変位の像関数は

$$\{S_m[\Delta_s]\} = \left[[K] - \left(\frac{m\pi}{2} C_p \right)^2 [M] \right]^{-1} \{p\} \quad \dots (4)$$

したがって $\{\delta\}$ の像関数は

$$\{S_m[\delta]\} = \{S_m[\Delta_s]\} \sin \frac{m\pi}{2} C_p t + [V] \left\{ S_m[\psi] \sin \frac{m\pi}{2} C_g t \right\} \quad \dots (5)$$

初期条件は

$$t=0 \quad \dots \quad \{\delta\} = \{0\} \quad \frac{\partial}{\partial t} \{\delta\} = \{0\} \quad \dots (6)$$

式(5)を式(6)に代入して $S_m[\psi]$ を求め、 x 方向に逆変換して整理すると $\{\delta\}$ は

$$\{\delta\} = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left\{ S_m[\Delta_s] \sin \frac{m\pi}{2} C_p t \right\} - C_p [V] \left[\frac{\sin \frac{m\pi}{2} C_g t}{C_g} \right] [V]^{-1} \{S_m[\Delta_s]\} \right] \sin \frac{m\pi}{2} x \quad \dots (7)$$

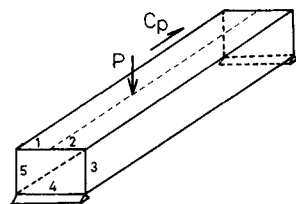


図-1. 移動荷重をける薄肉箱桁

また、粒子速度 $\{\dot{\delta}\} (= \frac{\partial}{\partial t} \{\delta\})$ は

$$\{\dot{\delta}\} = \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{L} C_p \left[\{S_m[\Delta_s]\} \cos \frac{m\pi}{L} C_p t - [V] \left[\cos \frac{m\pi}{L} C_g t \right] [V]^{-1} \{S_m[\Delta_s]\} \right] \sin \frac{m\pi}{L} x \quad \dots (8)$$

以上、式(7)、(8)より移動荷重による動的応答特性を求めることができる。

なお、式(4)で共振状態となるときは $\{S_m[\delta_s]\} = \{S_m[\Delta_s]\} t \cos \frac{m\pi}{L} C_p t$ とおいて求めることが可能である。

3. 数値計算例および考察

図-2 のようなモデルを用いておこなった動的応答計算結果を図-3 に示す。

これはスパン中央点に荷重が到達したときのエフランジ中央点たわみの軸方向分布を各移動速度について図示したもので、この場合薄板要素の低速曲げ波動が大きく影響していることがわかる。

図-4 には同じ箱桁の上フランジをコンクリート床版 (0.015 × 7 m) にしたモデルについて示した。この場合上フランジの低速曲げ波動は図-3 の場合の約 4.5 倍となるので静的値に近いことを示している。構造的に問題はないが下フランジではたわみ倍率が図-3 のように大きく変ることが計算された。

以上、薄肉箱桁の移動荷重による動的特性について示したが、桁を構成している薄板要素の振動が桁の応答性状に大きく影響することがわかった。

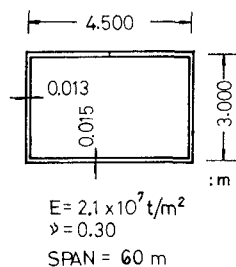


図-2 薄肉箱桁モデル

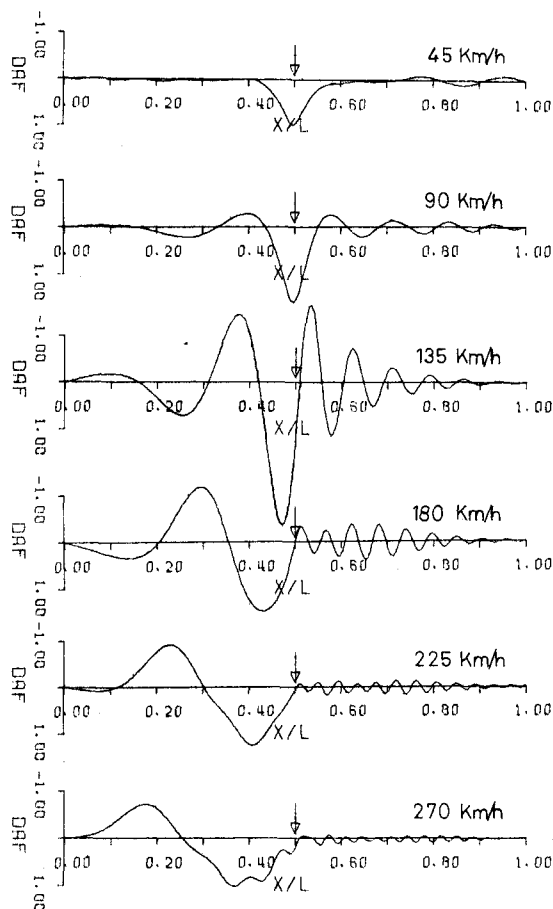


図-3 鋼床版中央点のたわみ応答分布

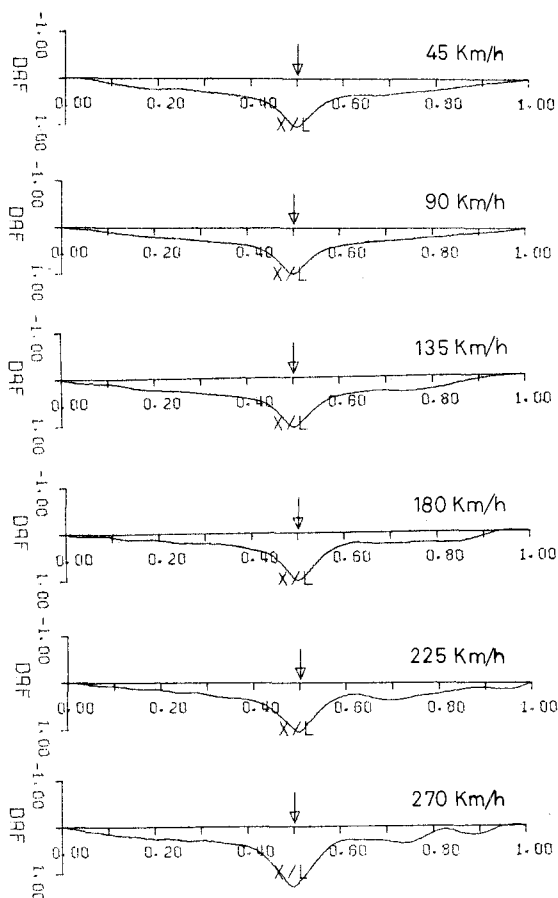


図-4 concrete床版中央点のたわみ応答分布