I-281 変断面梁の振動に関する研究

東北大学 学 穐山和男
東北大学 正 多谷虎男

要旨　回転慣性及びせん断力まで考慮するのに、exact theory の分散曲線 y_{EX} を用いる。角振動数 p_s は、Lagrange の方程式から求める。この際、低減率 α (y_{EX}/y_{EL}, y_{EL}: 初等理論の分散曲線)を導入する。

1. 正規関数及び Lagrange の方程式

等断面梁の曲げ振動の正規関数は、

$$Y_s(z)=A_s\cos(\gamma_s z)+B_s\sin(\gamma_s z)+C_s\,ch(\gamma_s z)+D_s\,sh(\gamma_s z) \quad ①$$

ここで、z: 縦方向, s: モード番号 である。

変断面梁の曲げ振動においても、正規関数は、式①と仮定する。しかし、この場合、γ_s は定数ではなく、断面の回転半径 α' の関数である。即ち、$0\leq x\leq 0.1$ (図1参照)で、y_{EX} の近似曲線 y_{EA} を作り、γ_s を求めると、

$$y_{EA}=\pi x/\sqrt{1+3.737(\pi x)^2} \quad ②$$

$$\therefore\ \gamma_s=1.367(p_s/c_0)\sqrt{1+\sqrt{1+0.2684(c_0/p_s)^2/\alpha'^2}} \quad ③$$

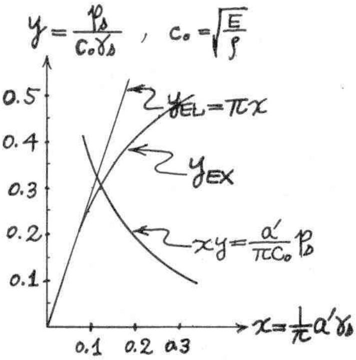

図1 位相速度(分散)曲線
(ポアソン比 $\nu=0.29$)

Lagrange の方程式は、減衰項のない場合、一般に自由振動に関して、

$$b_{ss}\ddot{q}_s+K_{ss}q_s=0,\quad b_{ss}=\int_0^L\rho S Y_s^2\,dz,\quad K_{ss}=\int_0^L EI(d^2Y_s/dz^2)^2\,dz \quad (s=1,2,\cdots,\infty) \quad ④$$

ここで、L: 全長, ρ: 密度, S: 断面積, E: ヤング率, I: 断面2次モーメント, q_s: 一般化基準座標で時間座標 t のみの関数, $\ddot{q}_s=d^2q_s/dt^2$ である。式④において $q_s=A\sin(p_st+\varphi_s)$ (A, φ_s: 定数)とおけば

$$p_s=\sqrt{K_{ss}/b_{ss}} \quad ⑤$$

しかし、式⑤から求まる分散曲線は、初等理論のそれと一致する。従い、

等断面の場合: $p_s=\alpha\sqrt{K_{ss}/b_{ss}}$, $\alpha=y_{EX}/y_{EL}\fallingdotseq y_{EA}/y_{EL}$ ⑥

変断面の場合: $p_s=\sqrt{K_\alpha/b_{ss}}$, $K_\alpha=\int_0^L EI(\alpha\,d^2Y_s/dz^2)^2$ ⑦

2. 計算及び実験結果

図2に、実験モデル及びシンクロスコープ写真, 表1に、第1モードの計算値と実験値とを示す。計算では、$\rho=7.85\ \mathrm{gr/cm^3}$, $E=2.1\times10^6\ \mathrm{kgr/cm^2}$ とした。

	計算	実験
変断面片持梁	158	156
〃 連続梁	181	180

表1 第1モードの振動数(1/sec)

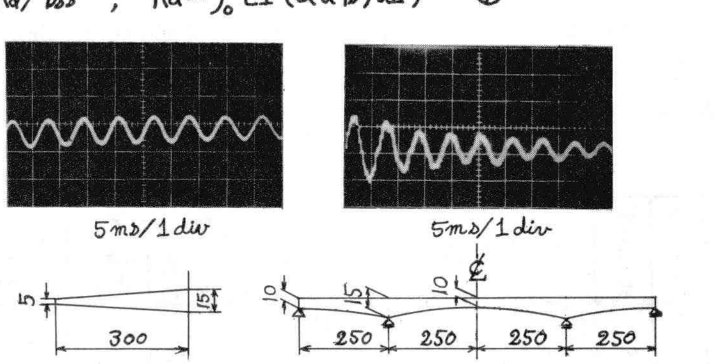

図2 実験モデル(単位: mm, 巾: 共に10) 及びシンクロスコープ写真(第1モード)

3. 結論

回転慣性, せん断力を考慮した振動数は、低減率を用いて、等断面の場合、細長くなくとも、高次の振動数まで、変断面の場合、低次のそれが、ほぼ精確に求まる。