

九州大学 工学部 正員 小坪 清 真
九州工業大学 正員 高西 照彦

1. まえがき 著者等は前論⁽¹⁾において、多柱基礎橋脚が水中で剛振動する場合について、橋脚に対する動水圧及び水の附加質量の3次元理論解を導いた。実際にこの理論解を用いて動水圧及び水の附加質量を計算することは非常に煩雑であるので、設計の便を考慮して、これを容易に求めることができる実用近似計算式を提案し、水深、柱径、柱間隔、振動数等のパラメータをいろいろ変えて数値計算を行って、近似解と理論解とがよく一致することを確認した。水中で弾性振動を行う単柱に対する動水圧及び水の附加質量の深さ方向分布に関しては、既に理論的、実験的研究がいくつか行われている^{(2)~(4)}。しかし、多柱基礎橋脚の水中弾性振動に対する動水圧及び水の附加質量の3次元解析はほとんど行われていない。本論では、多柱基礎橋脚が水中で振動する場合、橋脚の曲げ変形を考慮して、その弾性振動成分について、橋脚に対する動水圧及び水の附加質量の3次元理論解を導き、さらにその実用近似計算式を提案する。本論の構成は次の通りである。すなわち、まず(i)単円柱に対する動水圧及び水の附加質量の深さ方向の分布を表わす簡単な近似式を提案し、つぎに(ii)多柱基礎橋脚に対する動水圧及び水の附加質量に関する3次元理論解を導き、その深さ方向の分布型が単円柱のそれとほとんど相似であると見做してもよいことを数値計算によって立證し、最後に(iii)前論⁽¹⁾において求めた多柱基礎橋脚に対する2次元の動水圧及び水の附加質量の値を用いれば、前述の(i)、(ii)の所論から、多柱基礎橋脚に対する3次元の動水圧及び水の附加質量を簡単な計算式によって理論的に求めることができることを示す。

2. 単円柱に対する動水圧及び水の附加質量係数の厳密解 図-1に示すように、上載荷重 W をもつ単円柱が、その基盤から強制変位

$$y_0 = -(K_h g / \omega^2) i e^{i\omega t} \quad \text{--- (1)} \quad \text{を受けて、水中で}$$

$$y_d = -Y(z) i e^{i\omega t} \quad \text{--- (2)} \quad \text{で表わされる弾性振動を行うとき、}$$

単円柱の単位長さ当りに働く動水圧 p は次式のように表わされる。

$$p = p_i^e + p_i^r \quad \text{--- (3)} \quad \text{ここに、} K_h \text{は震度、} Y(z) \text{は単柱}$$

の水中における変形曲線である。 p_i^r は単円柱の剛性振動成分 y_0 による動水圧で、これについては既に前論⁽¹⁾において述べた。 p_i^e は単円柱の弾性振動成分 y_d による動水圧で、次式のように表わされる。

$$p_i^e = \pi r_0^2 w_0 (\omega^2 / g) Y(z) F_{15}^e \sin \omega t \quad \text{--- (4)}$$

ここに、 r_0 は円柱の半径、 w_0 は水の単位体積重量、 F_{15}^e は水の附加質量係数で、表面波の影響を無視し、また水の圧縮性の影響が小さい場合には

$$F_{15}^e = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{Y(z)} \frac{\kappa \lambda_m h \cdot K_1(\gamma_m r_0) \cos \lambda_m z}{\{\gamma_m r_0 K_0(\gamma_m r_0) + K_1(\gamma_m r_0)\}} \cdot \frac{1}{h} \int_0^H Y(z) \cos \lambda_m z dz \quad \text{--- (5)}$$

と表わされる。

ここに、 $\gamma_m = \sqrt{\lambda_m^2 - \omega^2 / c^2}$ 、 λ_m は $\cot \lambda_m H = -g \lambda_m / \omega^2$ の解、 c は圧縮波の速度、 K_n は変形ベッセル関数である。水中で弾性振動する単円柱に対する動水圧及び水の附加質量係数の理論解の数値計算結果の一例を図-2に示す。図は $EI g / wA = 2.23 \times 10^7 \text{ m}^4/\text{s}^2$ 、 $\pi r_0^2 w_0 / wA = 0.5$ のとき、 $Y(z) = \phi_1(\kappa_1 z)$ とした場合について、それぞれ単円柱の空気中における1次の振動型 $\phi_1(\kappa_1 z)$ 、水の附加質量係数 F_{15}^e 、動水圧振幅の深さ方向分布 $\phi_1(\kappa_1 z) \cdot F_{15}^e$ を示したものである。ここに、 EI は単柱の曲げ剛性、 wA は単柱の単位長さ当りの重量である。 $\phi_1(\kappa_1 z)$ としては下端固定、上端回転拘束の梁の振動型を採用した。

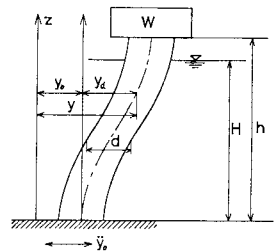


図-1 単円柱の水中弾性振動

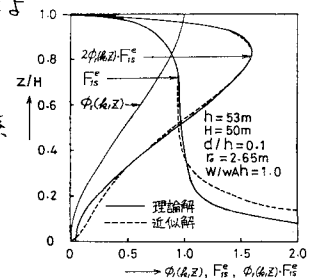


図-2 単円柱の振動型、水の附加質量係数、動水圧振幅

3. 単円柱に対する動水圧及び水の附加質量

係数の近似式

前章の理論式を用いて、単柱に対する動水圧及び水の附加質量係数を厳密に求めることは非常に煩雑である。しかし、現在までに、単柱の弾性振動に対してはその動水圧の深さ方向分布を求める近似計算式は提案されていないようである。ただ著者等の一人によって、剛振動に対する近似式を弾性振動に対してもそのまま利用してはどうかと

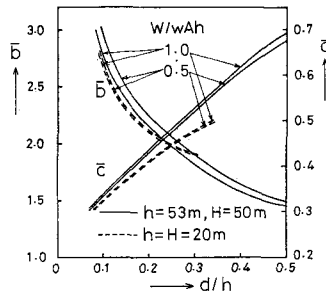


図-3 $\bar{b}$ 及び $\bar{c}$

いう指摘がなされているに過ぎない⁽⁴⁾。剛振動に対する近似式をそのまま利用しても、その近似の誤差が水中で弾性振動する単柱の固有周期に及ぼす影響は小さいので通常の場合それで十分である。動水圧の深さ方向分布をかなり高い精度で知る必要がある場合については、著者等はその近似計算式を次のように表わした。

$$\bar{p}_e = \pi r_0^2 w_0 (\omega^2/g) Y(z) \bar{F}_{12}^e \sin \omega t \quad (6)$$

$$\bar{F}_{12}^e = \{Y(h)/\bar{c}Y(z)\} \sqrt{(z/H)\{1-(z/H)\}} \exp[-\bar{b}\{1-(z/H)\}^{1/2}] \quad (7)$$

ここに、 $\bar{b}$ 、 $\bar{c}$ は水深、柱径、柱の曲げ剛性、上載荷重と柱の重量との比等によって決まる定数で、図-3から求めることができる。上式を用いて計算した結果を理論解と比較すれば図-2の通りである（実線が近似解）。

4. 多柱基礎橋脚に対する動水圧及び水の附加質量

2Wの上載荷重をもち、頭部を連結された半径 r_0 、中心点間距離 l の2本柱が、基盤から柱並び方向の正弦波地動を受ける場合、柱に対する動水圧及び水の附加質量は前論⁽¹⁾と同様な考え方に従えばこれを理論的に求めることができ、次に示すようになる。

$$\bar{p}_{12} = \pi r_0^2 w_0 (\omega^2/g) Y(z) \bar{F}_{12}^s \sin \omega t \quad (8)$$

$$\bar{F}_{12}^s = \frac{1}{Y(z)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{1+R_m} \frac{4\lambda_m h K_1(\lambda_m r_0) \cos \lambda_m z}{(\sin 2\lambda_m H + 2\lambda_m H) \{ \lambda_m r_0 K_0(\lambda_m r_0) + K_1(\lambda_m r_0) \}} \frac{1}{h} \int_0^H Y(z) \cos \lambda_m z dz \quad (9)$$

$$R_m = r_0 \{ \lambda_m' l K_0(\lambda_m' l) + K_1(\lambda_m' l) \} / [l \{ \lambda_m' r_0 K_0(\lambda_m' r_0) + K_1(\lambda_m' r_0) \}] \quad (10)$$

数値計算結果の1例を図-4に示す。さらに、それぞれ単柱と2本柱とに対する附加質量係数の計算結果を $z/H = 0.5$ における両者の値が等しくなるように規準化して示せば図-5の通りである。

5. 多柱基礎橋脚に対する動水圧及び水の附加質量係数の近似式

多柱基礎橋脚が基盤から正弦波地動を受けて水中で振動するとき、その弾性振動成分に対する動水圧及び水の附加質量係数の近似計算式は、前章の結果を考慮すれば、2次元解析によって求めた多柱基礎橋脚に対する水の附加質量係数 $\bar{F}_{mns}^{(2)}$ を用いて次のように表わせる。

$$\bar{p}_{mns} = \pi r_0^2 w_0 (\omega^2/g) Y(z) \bar{F}_{mns}^e \sin \omega t \quad (11)$$

$$\bar{F}_{mns}^e = \{ \bar{F}_{mns}^{(2)} Y(h)/\bar{c}Y(z) \} \sqrt{(z/H)\{1-(z/H)\}} \exp[-\bar{b}\{1-(z/H)\}^{1/2}] \quad (12)$$

式(12)の有用性を示すために、一例として2Wの上載荷重をもち、頭部を連結された2本柱が柱並び方向及び柱並び直角方向に振動するとき、理論式(9)と近似式(12)とを用いて計算した結果を図-6に示す。

(1) 小坪・高西：多柱基礎橋脚に対する水の附加質量の3次元解析，昭和50年度土木学会西部支部研究発表会，昭・51・2。

(2) 後藤・土岐：水中構造物の振動と耐震設計に関する基礎的研究，土木学会論文集，NO.100，昭・38・12。

(3) 桜井：水中構造物の振動，電力中央研究所報告，NO.65051，昭・38・8。

(4) 小坪：円形水中橋脚に働く地震力とその弾性振動，土木学会論文集，NO.120，昭・40・8。

(5) 小坪・高西：多柱基礎への水の附加質量について，土木学会論文報告集，NO.248，昭・51・4。

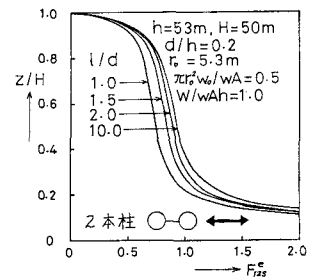


図-4 2本柱に対する水の附加質量係数の理論解

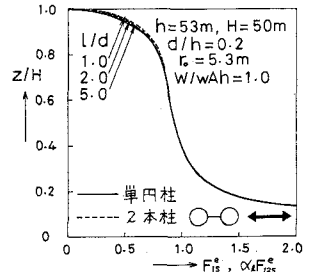


図-5 単円柱及び2本柱に対する水の附加質量係数の理論解

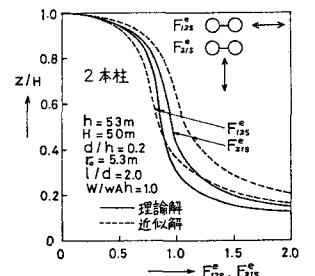


図-6 水中における2本柱の附加質量係数の近似解