

鳥取大学大学院 学生員 ○ 山根 和弘
鳥取大学工学部 正 員 白 木 渡
鳥取大学工学部 正 員 高 岡 宣 善

1. まえがき 建造物の信頼性をより適確に評価しようとするとき、作用荷重および強度を時間的に変動する確率過程として扱う必要が生じてくる。本研究では、まず作用荷重および強度が不規則性を有する多くの要因から構成されている場合を考え、個々の要因を正規定常確率過程として建造物の破壊確率の算定式を誘導した。つぎに強度の構成要因が2個の場合の例として単鉄筋長方形ばりを取り上げ、鉄筋およびコンクリートの強度を確率変数、荷重を確率過程として実際に破壊確率を求めた。そして個々の構成要因の変動性および建造物の使用期間が破壊確率にどのような影響をおよぼすか検討した。

2. 破壊確率の算定式 強度 $R(t)$ の構成要因 $X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)$ および荷重 $S(t)$ の構成要因 $Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_m(t)$ がいずれも正規定常確率過程であり、かつ互いに非相関である場合を考える。強度劣化の本質からして $R(t)$ は非定常な確率過程となる。しかし、この点を考慮して建造物の信頼性を実際に評価することは非常に困難である。したがって本研究では $R(t)$ および $S(t)$ の構成要因を、計算が比較的簡単となるように、一般に広く用いられている正規定常確率過程とした。 $R(t)$ および $S(t)$ が同一時点 $t = \tau$ において $X_1(\tau) = X_1, \dots, X_n(\tau) = X_n$ および $Y_1(\tau) = Y_1, \dots, Y_m(\tau) = Y_m$ の関数として、 $R(t) = R = g_1(X_1, X_2, \dots, X_n)$, $S(t) = S = g_2(Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ と表わされる場合に、Ang等によって展開されている線形近似理論¹⁾を導入すれば $R(t)$ は次のように表わされる：

$$R(t) = R = g_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \sum_{i=1}^n [X_i - \bar{x}_i] \frac{\partial}{\partial x_i} g_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n). \quad (1)$$

ここに、 $\bar{x}_i$ は X_i の期待値である。荷重 $S(t)$ についても同様に表わされる。いま $Z(t) = R(t) - S(t)$ で定義され、「強度の余裕」と呼ばれる新たな確率過程 $Z(t)$ を導入すれば、建造物の破壊という事象は $Z(t)$ が $Z(t) = 0$ を正領域から負領域へ向かって超過することであると考えられる。この場合の超過確率の時間密度 $p_z(0|t)$ はルジャニツィン²⁾によって次式で与えられている：

$$p_z(0|t) = -f_z(0|t) \int_{-\infty}^0 w f_w(w|t) dw. \quad (2)$$

ここに、 $f_z(z|t)$, $f_w(w|t)$ は $t = \tau$ における $Z(t)$ およびその導関数 $W(t) = \frac{dR(t)}{dt} - \frac{dS(t)}{dt}$ の確率密度である。 $R(t)$ および $S(t)$ の各構成要因が正規定常確率過程で互いに非相関である場合には $Z(t)$ および $W(t)$ もまた正規定常確率過程となり、与えられた時点 $t = \tau$ における $f_z(z|t)$ および $f_w(w|t)$ は正規分布法則に従い次のようになる：

$$f_z(z|t) = f_z(\bar{z}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_z}} \exp\left[-\frac{(z - \bar{z})^2}{2 D_z}\right], \quad (3) \quad f_w(w|t) = f_w(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_w}} \exp\left[-\frac{w^2}{2 D_w}\right]. \quad (4)$$

ここに、 $\bar{z}$ は $Z(t) = Z$ の期待値であり、 D_z , D_w は Z , $W(t) = W$ の各分散である。式(3)および(4)を式(2)に代入して整理すれば、この場合の $p_z(0|t) = p_z(0)$ は強度および荷重の構成要因の特性値を用いて次のように表わせる：

$$p_z(0) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n g_i^2 K_{x_i}(0) + \sum_{j=1}^m h_j^2 K_{y_j}(0)}{\sum_{i=1}^n g_i^2 D_{x_i} + \sum_{j=1}^m h_j^2 D_{y_j}}} \cdot \exp\left[-\frac{\{g_1(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) - g_2(\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_m)\}^2}{2(\sum_{i=1}^n g_i^2 D_{x_i} + \sum_{j=1}^m h_j^2 D_{y_j})}\right]. \quad (5)$$

上式中、 $g_i = \frac{\partial}{\partial x_i} g_1(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)$, $h_j = \frac{\partial}{\partial y_j} g_2(\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_m)$, $K_{x_i}(\tau) = d^2 K_{x_i}(\tau)/d\tau^2$, $K_{y_j}(\tau) = d^2 K_{y_j}(\tau)/d\tau^2$, $\tau = t_2 - t_1$ である。また D_{x_i} , D_{y_j} は X_i , Y_j の分散で、 $K_{x_i}(\tau)$, $K_{y_j}(\tau)$ は X_i , Y_j の相関関数である。 $Z(t)$ の負領域への超過がまれである場合、すなわち $Z(t)$ の平均値が $Z(t) = 0$ から十分離れた正の値をとるとき、超過の回数はPoisson分布で近似でき、建造物の破壊確率 $P_f(t)$ は時間 t の関数として次のように表わせる³⁾。

$$P_f(t) = 1 - [1 - F_z(0)] \cdot \exp[-p_z(0) \cdot t]. \quad (6)$$

ここに、 $\bar{F}_2(0)$ は $t=0$ における構造物の破壊確率、すなわち強度および荷重の構成要因を正規確率変数とした場合の破壊確率で次式より求まる：

$$\bar{F}_2(0) = \frac{1}{2} - \Phi \left[\frac{Y_1(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) - Y_2(\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_m)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n g_i^2 D_{x_i} + \sum_{j=1}^m h_j^2 D_{y_j}}} \right] \quad (7)$$

ここに、 $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp(-\frac{t^2}{2}) dt$ はガウスの誤差関数である。

3. 単鉄筋長方形ばりの信頼性

曲げを受け終局状態に達した単鉄筋長方形ばりは次の2つの相異なる破壊形式のどちらかで崩壊する：

①鉄筋比 ρ が釣り合い鉄筋比 ρ_b より小さい場合の引張破壊と、② ρ が ρ_b より大きい場合の圧縮破壊である。単鉄筋長方形断面の終局抵抗モーメント M_u は、引張破壊時にはコンクリートの円柱供試体強度 f_c と鉄筋の降伏点強度 f_y の関数として、また圧縮破壊時には f_c の関数として与えられる。釣り合い鉄筋比 ρ_b も f_c と f_y の関数として与えられる。したがって、 f_c および f_y が不規則変量である場合には M_u および ρ_b もまた不規則変量となる。このことから単鉄筋長方形ばりの破壊確率 $\bar{P}_F(t)$ は圧縮破壊の確率と引張破壊の確率の和として与えられ次のようになる：

$$\bar{P}_F(t) = P_c(t) \cdot P[\rho_b < \rho] + P_t(t) \cdot P[\rho_b \geq \rho] \quad (8)$$

式中、 $P_c(t)$ 、 $P_t(t)$ はそれぞれ圧縮破壊および引張破壊の条件付き確率であり、式(6)より求まる。また $P[\rho_b < \rho]$ は $\rho_b < \rho$ となる確率を表わす。

4. 数値計算例および考察

数値計算は、 f_c および f_y が正規確率変数として与えられる単鉄筋長方形ばりに、相関関数 $K_S(t) = D_S e^{-\alpha t^2}$ を有する正規定常確率過程である荷重 $S(t)$ が作用する場合について行なった。 M_u および ρ_b と f_c 、 f_y の関係式は文献3)に引用されている式を用いた。図-1から図-3の計算は、鉄筋の弾性係数を $E_s = 2.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\alpha = 0.1 \text{ day}^{-2}$ として行なった。図において、 $\bar{f}_c$ 、 $\bar{f}_y$ は f_c 、 f_y の平均値、 V_{f_c} 、 V_{f_y} 、 V_S は f_c 、 f_y 、 S の変動係数、 $\bar{r}/\bar{s}$ は強度と荷重の平均値の比(中央安全率)である。図-1および図-2は破壊確率 $\bar{P}_F(t)$ と鉄筋比 ρ の関係を V_{f_c} を変えて示したものである。明らかに $\bar{P}_F(t)$ は構造物の使用時間 t とともに増大している。 ρ の増加とともに引張破壊の確率は減少し圧縮破壊の確率は増大する。単鉄筋長方形ばりの崩壊は圧縮破壊であってはならず、これらの図より、ある値以上の鉄筋比を使用してはならないことがわかる。図-2はコンクリートの品質管理の悪い場合であり、 $\rho = 0.015$ の付近から図-1の場合より大きな値となっている。これは f_c の変動が大きいので、圧縮破壊の確率が大きくなるからである。図-3は $\bar{P}_F(t)$ と $\bar{r}/\bar{s}$ の関係を示したものである。この図より $\bar{P}_F(t)$ は $\bar{r}/\bar{s}$ を大きく取るほど小さくなるが、その値は f_c の変動が大きいほど大となることがわかる。これらのことから構造物の破壊確率は荷重および強度の構成要因の変動性が大きいほど大となり、構造物の使用時間とともに増大していくことが明らかとなった。これらの影響を設計法にどのような形で取り入れて行くかが、今後の問題である。

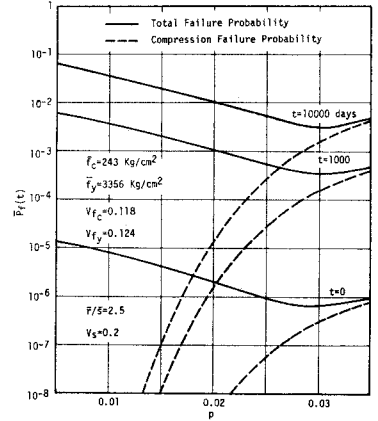


図-1

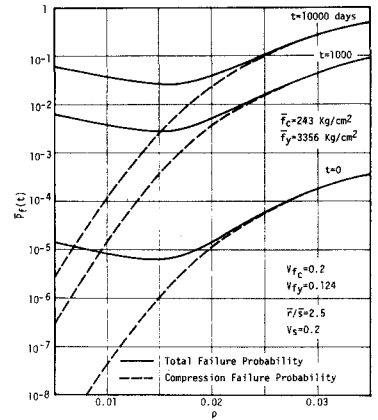


図-2

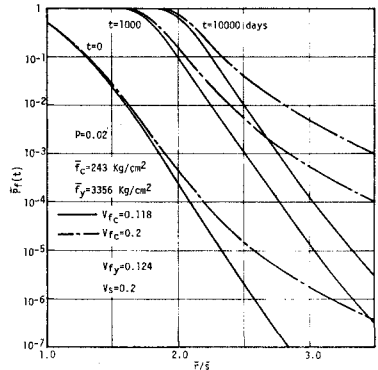


図-3

- 1) A.H.-S. Ang: Structural Risk Analysis and Reliability-Based Design. Jour. of Str. Div., ASCE, Vol. 99, No. ST9, pp. 1891-1910, 1973-9.
- 2) 高岡宣善: 構造物の設計・安全性・信頼性. 土木学会誌第61巻第3号, pp. 33-41, 1976年3月.
- 3) J.F. Costello and K.-han Chu: Failure Probability of Reinforced Concrete Beams. Jour. of Str. Div., ASCE, Vol. 105, No. ST10, pp. 2281-2304, 1969-10.