

防衛大学校土木工学教室正員○石川信隆

“ “ 学生員 奥出浩次

“ “ 正員 岡元北海

1. 緒言 変動繰返し荷重を受ける骨組構造物を塑性設計する場合の荷重の1つに残留たわみと軸力による2次的付加曲げモーメントの影響(残留P-Δ効果)が挙げられている¹⁾。著者らは先に⁴⁾曲げ構造物を対象とした変動繰返し荷重に対する最適塑性設計法を提示したが、本研究では上記残留P-Δ効果を含む2次最適塑性設計法を開発するための基礎的段階として、変動繰返し荷重を受ける曲げ構造物の終局変形解析法すなわち漸増崩壊直前時(変形硬化荷重時)の変形算定法を提示するものである。従来この分野では、田中氏²⁾や吉田氏³⁾の研究があるが、ここでは比較的大規模な骨組構造物を対象として線形計画法(LP)を利用した効率的な解法を示すものである。

2. 残留変形解析

変動繰返し荷重を受ける曲げ構造物の漸増崩壊荷重解析については既に報告したので⁴⁾、ここでは漸増崩壊荷重時における残留曲げモーメントおよび残留変形を求める。すなわち、比例荷重に対して開発された終局変形解析法⁵⁾をさらに変動繰返し荷重の場合に応用拡張すれば、残留変形解析の基本式が次のような2次計画法(QP)の問題として表わされる。

未知の変数: $\Theta_{ij}^{\pm}$ ($j=1, 2, \dots, s$); $m_j^{\pm}$ ($j=1, 2, \dots, s$); $T_{rc}^{\pm}$ ($i=1, 2, \dots, m$)

目的関数: $Z = \sum_{j=1}^s [(M_{Fj}^{+} - M_j^{+})\Theta_{ij}^{+} + (M_{Fj}^{-} - M_j^{-})\Theta_{ij}^{-} + M_j^{+}\Theta_{ij}^{-} + M_j^{-}\Theta_{ij}^{+}] \rightarrow \min.$ (1a)

制約条件:

$$\Theta_{ij}^{+} - \Theta_{ij}^{-} - \sum_{i=1}^m (T_{rc}^{+} - T_{rc}^{-})\Theta_{ij} + \left(\frac{L}{6EI}\right)_{ijk} [2(m_j^{+} - m_j^{-}) + (m_k^{+} - m_k^{-})] = 0 \quad (j=1, 2, \dots, s) \quad (1b)$$

$$\sum_{j=1}^s (m_j^{+} - m_j^{-})\Theta_{ij} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (1c)$$

$$M_j^{+} = \lambda_s \bar{M}_j^{+} + m_j^{+} - m_j^{-} \leq M_{Fj}^{+} \quad (j=1, 2, \dots, s) \quad (1d)$$

$$M_j^{-} = \lambda_s \bar{M}_j^{-} - m_j^{+} + m_j^{-} \leq M_{Fj}^{-} \quad (j=1, 2, \dots, s) \quad (1e)$$

ここに、式(1a)は塑性ヒンジの残留塑性回転角 $\Theta_{ij}^{\pm}$ がそれぞれ式(1d), (1e)の降伏条件の等号を満足したのちに発生し、 Θ_{ij}^{+} , Θ_{ij}^{-} の符号が真の曲げモーメント M_j^{+} , M_j^{-} の符号とそれぞれ一致するという正負照号条件を意味し、変数は全て正であるから式(1a)の各項が0のとき、すなわち $Z=0$ のとき満足する。式(1b)は節点 j における残留回転角の適合条件を示し、ピン結合ラーメンに生じる節点 j の残留回転角 $\sum_{i=1}^m (T_{rc}^{+} - T_{rc}^{-})\Theta_{ij}$ (=基本構構の仮想回転角 Θ_{ij} の1次結合として表わされる)がピン結合ラーメンの部材端に残留曲げモーメント m_j^{+} , m_j^{-} のみを作用させたときの弾性回転角 $\left(\frac{L}{6EI}\right)_{ijk} [2(m_j^{+} - m_j^{-}) + (m_k^{+} - m_k^{-})]$ に残留塑性回転角 $\Theta_{ij}^{+} - \Theta_{ij}^{-}$ を加えたものに等しいことを表わしている。また式(1c)は残留曲げモーメントの平衡条件を示し、各独立な基本構構において残留曲げモーメントは0荷重とつり合っている。さらに式(1d), (1e)は節点 j における真の曲げモーメント M_j^{+} , M_j^{-} の降伏条件を示す。なお、 $T_{rc}^{\pm}$ =実際の構造物に生ずる残留変形すなわち残留水平、垂直変位および残留節点回転角; $\bar{M}_j^{+}$, $\bar{M}_j^{-}$ =節点 j の弾性包絡曲げモーメント; λ_s =漸増崩壊荷重係数; s =全節点数; m =基本構構の全数($=s-N$); N =不静定次数; M_{Fj}^{+} =節点 j の全塑性モーメント; また肩記号+, -は正側, 負側を示し、変数を全て非負としている。

ここで式(1)を容易に解くため、予め漸増崩壊荷重解析⁴⁾を行なって漸増崩壊荷重係数 λ_s および漸増崩壊構構を求める。得られた漸増崩壊構構の塑性ヒンジの曲げモーメント $M_j^{\pm}$ を全塑性モーメント $M_{Fj}^{\pm}$ に等しくおき、残りの未知モーメント $M_j^{\pm}$ を全て0と仮定して式(1a)を1次関数に置換すれば、式(1)全体をLPとして解くことができる。この結果も式(1b)の Z が0とならなければ潜在塑性ヒンジ(passive plastic hinge)が存在することになり、1回目の解析で既知となった真の曲げモーメント $M_j^{\pm}$ の値を式(1a)に代入して再び式(1)をLPとして解き、 $Z=0$ のとき正解がえられる。

3. 終局変形解析法

- (i) まず m 個の独立な基本構造物を作り, 仮想回転角 θ_i および仮想外力仕事 e_i ($i=1, 2, \dots, g$; g =単一作用荷重の数) を求める。
- (ii) 個々の作用荷重による弾性解析を行ない, 弾性包絡曲げモーメント M_i^+ および弾性包絡変形 T_{ei}^+ , T_{ei}^- (各組組合せ荷重による変形の中で正, 負側とも最大な変形) を求める。
- (iii) 漸増崩壊荷重解析を行ない, 漸増崩壊荷重係数 λ_s および漸増崩壊構造物を求める。
- (iv) 式(1)の残留変形解析を行ない, 残留曲げモーメント m_i^+ , m_i^- , 残留変形 T_{ri}^+ , T_{ri}^- および残留塑性回転角 θ_{ri}^+ , θ_{ri}^- を算定する。
- (v) (ii) でえた弾性包絡変形 T_{ei}^+ , T_{ei}^- と (iv) でえた残留変形 T_{ri}^+ , T_{ri}^- から漸増崩壊直前の終局変形が次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} T_{e_i}^+ &= \lambda_s T_{ei}^+ + T_{ri}^+ - T_{ri}^- \\ T_{e_i}^- &= \lambda_s T_{ei}^- - T_{ri}^+ + T_{ri}^- \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

4. 計算例 本解析理論の妥当性を立証するため, Popov⁴⁾の行った図-1のような不等肢ブーメンの漸増崩壊実験と比較する。まず $m=7$ 個の基本構造物は図-2 のようになり, 弾性包絡曲げモーメント図は図-3 のようになる。次いで漸増崩壊荷重解析を行なえば図-4 に示す漸増崩壊構造物がえられ, さらに式(1)の残留変形解析を行なえば残留曲げモーメント図および残留変形図がそれぞれ図-5 および図-6 のようにえられる。したがって, 式(2)を用いれば終局変形が表-1 および図-7 のように求められる。実験値に比し漸増崩壊荷重はほぼ一致するが, 終局水平変位は約31%大きい。しかし, これは実験において座屈防止のための補剛材およびガゼットプレートをつけて変形を走りにくしていることを考えればほぼ妥当な値と思われる。

表-1

A	G	Z	L	I=Ag ²	E	M ₀ Z ₀	M ₀ E ₀	M ₀ E ₀ /E ₀ I
3.62	172	6.1	36.0	17.30	29940	228.7	0.877	0.024

	$T_{e_i}^+$	$T_{e_i}^-$	T_{ri}^+	T_{ri}^-	$T_{e_i}^+$	$T_{e_i}^-$	T_{ri}^+	T_{ri}^-
M/EI (rad)	-0.152 (-0.133)	0.019 (0.017)	0.172 (0.150)	0.240 (0.006)	-0.237 (-0.006)	0.234 (-0.008)	-0.076 (-0.002)	0.076 (-0.002)
M/EI (rad)	0.772 (0.677)	0.032 (0.028)	0.058 (0.051)	0.315 (0.006)	0.192 (0.005)	0.421 (0.010)	-0.898 (-0.011)	-0.898 (-0.011)
Residual Deformation	0.946 (0.830)	0.039 (0.034)	0.274 (0.240)	0.549 (0.013)	-0.237 (-0.006)	0.435 (0.010)	-0.825 (-0.020)	-0.825 (-0.020)
Residual Deformation	1.870 (1.860)	0.062 (0.048)	0.160 (0.040)	0.624 (0.019)	0.192 (0.005)	1.090 (0.028)	-1.799 (-0.043)	-1.799 (-0.043)

	Experiment	Present Method
Shake-Down Load	6.800 lb	6.867 lb
Horizontal Deflect	1.1 in	1.5 in

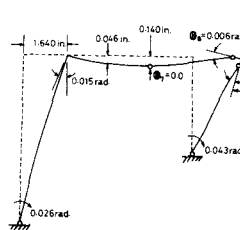


図-7 終局変形図

謝辞: 本研究を行なうに当り, 金沢大学吉田博助教授の御助言を得たことを附記し, 謝意を表す。

- 参考文献 1) ASCE & WRC; Plastic Design in Steel, A Guide and Commentary, 2nd Ed. ASCE (1971)
 2) Tanaka, H; A Systematic Calculation of Elastic-Plastic Deformation Imminent Collapse, Trans. of AIJ, No. 67, Feb. 1961
 3) Yoshida, H; Elastoplastic Behavior of Steel Structure under Variable Repeated Loads, Dr. of Eng. Dissertation, Nagoya Univ. 1970
 4) 石川・奥田・岡元; 変動繰返し荷重を受ける骨組構造物の最適塑性設計, I-316 第30回年次学術講演会, 昭和50年10月
 5) Grierson, D. E; Deformation Analysis of Elastic-Plastic Frames ASCE, St. Div., Vol. 98, No. ST10, Oct. 1972
 6) Popov, E. P. & McCarthy, R. E; Deformation Stability of Frames under Repeated Loads, ASCE, E. M. Div., Vol. 96, No. EM1, Jan. 1960

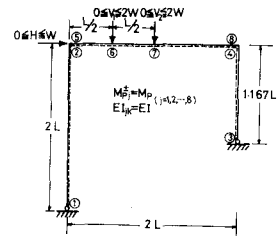


図-1 構造および載荷形式

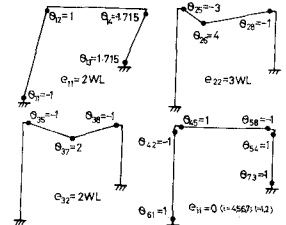


図-2 基本構構

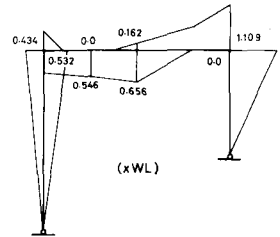


図-3 弾性包絡曲げモーメント

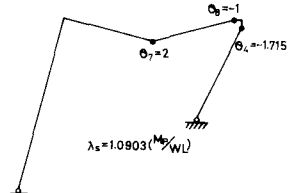


図-4 漸増崩壊構構

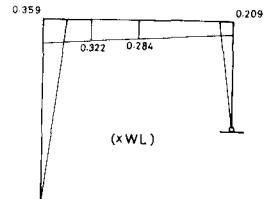


図-5 残留曲げモーメント

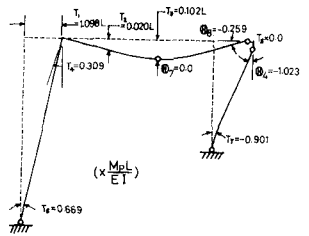


図-6 残留変形図