

関西大学工学部 正会員 ○堂垣 正博

関西大学工学部 正会員 三上 市蔵

関西大学工学部 正会員 米沢 博

まえがき 従来よりプレートカーターを対象とした線形、材料的非線形解析は非常に多くなされ、設計規準の資料に役立ってきた。近年では幾何学的あるいは材料・幾何学的非線形問題がかなり解析されるようになった。ところで筆者らは板の幾何学的非線形問題を解析し、膜力の境界条件が座屈後挙動に大きく影響するという結果を得た。そこで今回は、初期たわみを有するプレートカーター腹板を対象に、純曲げを受ける場合の解析を行ない、初期たわみ、フランジ剛度などが座屈後挙動に及ぼす影響について調べた。

基礎微分方程式 図-1に示す上下フランジと鉛直補剛材で囲まれる純曲げを受けるプレートカーター腹板を対象に解析する。

初期たわみ w_0 を有する場合の基礎微分方程式を x, y, z 方向の変位 u, v, w で表現すると、 x, y, z 方向のつり合いよりつぎの式を得る。

$$\begin{aligned} & U_{,xx} + C_1 U_{,yy} + (\nu + C_1) v_{,xy} = -\bar{w}_{,x} (\bar{w}_{,xx} + C_1 \bar{w}_{,yy}) \\ & \quad + \bar{w}_{0,x} (\bar{w}_{0,xx} + C_1 \bar{w}_{0,yy}) - (\nu + C_1) (\bar{w}_{,y} \bar{w}_{,xy} - \bar{w}_{0,y} \bar{w}_{0,xy}) \quad \dots (1) \\ & (\nu + C_1) U_{,xy} + C_1 v_{,xx} + v_{,yy} = -\bar{w}_{,y} (\bar{w}_{,yy} + C_1 \bar{w}_{,xx}) \\ & \quad + \bar{w}_{0,y} (\bar{w}_{0,yy} + C_1 \bar{w}_{0,xx}) - (\nu + C_1) (\bar{w}_{,x} \bar{w}_{,xy} - \bar{w}_{0,x} \bar{w}_{0,xy}) \quad \dots (2) \\ & \nabla^4 \bar{w} = \nabla^4 \bar{w}_0 + C_2 \bar{w}_{,xx} [U_{,x} + (\bar{w}_{,x}^2 - \bar{w}_{0,x}^2)/2 + \nu \{v_{,y} + (\bar{w}_{,y}^2 - \bar{w}_{0,y}^2)/2\}] \\ & \quad + C_2 \bar{w}_{,yy} [v_{,y} + (\bar{w}_{,y}^2 - \bar{w}_{0,y}^2)/2 + \nu \{U_{,x} + (\bar{w}_{,x}^2 - \bar{w}_{0,x}^2)/2\}] \\ & \quad + C_3 \bar{w}_{,xy} [U_{,y} + v_{,x} + \bar{w}_{,x} \bar{w}_{,y} - \bar{w}_{0,x} \bar{w}_{0,y}] \quad \dots (3) \end{aligned}$$

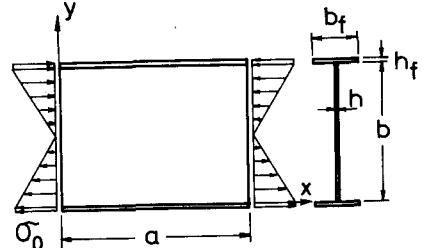


図-1

ただし、 $C_1 = (1-\nu^2)G/E$, $C_2 = Eh/D(1-\nu^2)$, $C_3 = 2Gh/D$, コンマの後の添字はそれによる微分を表す。

$\nabla^4 = \partial^4/\partial x^4 + 2\partial^2/\partial x^2\partial y^2 + \partial^4/\partial y^4$, $\bar{w}$ は初期たわみ w_0 と荷重による付加たわみ w の和, t は腹板厚, E は弾性係数, G はせん断弾性係数, ν はポアソン比, D は腹板の曲げ剛さである。

境界条件式 境界条件としては以下の条件を用いる。

[1] 曲げに関する境界条件

1) 鉛直補剛材辺 ($x=0, a$)

$$\bar{w} = w + w_0 = 0, \quad M_x = -D[\bar{w}_{,xx} - \bar{w}_{0,xx} + \nu(\bar{w}_{,yy} - \bar{w}_{0,yy})] = 0 \quad \dots (4)$$

2) 上下フランジ辺 ($y=0, b$)

$$\bar{w} = w + w_0 = 0, \quad C_b(\bar{w}_{,xy} - \bar{w}_{0,xy}) \pm D[\bar{w}_{,yy} - \bar{w}_{0,yy} + \nu(\bar{w}_{,xx} - \bar{w}_{0,xx})] = 0 \quad \dots (5)$$

ただし, C_b はフランジのねじり剛さである。

[2] 膜作用に関する境界条件

1) 鉛直補剛材辺 ($x=0, a$)

$$v = 0, \quad U_{,x} + \nu U_{,y} = (1-\nu^2)G_0(1-2y/b)/E - [\bar{w}_{,x}^2 - \bar{w}_{0,x}^2 + \nu(\bar{w}_{,y}^2 - \bar{w}_{0,y}^2)]/2 \quad \dots (6)$$

ただし, G_0 は引張縁応力である。

2) 上下フランジ辺 ($y=0, b$)

$$EI_f v_{,xxxx} \mp G_0 A_f v_{,xx} \mp \frac{Eh}{1-\nu^2} (v_{,y} + \nu U_{,x}) = \pm \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{1}{2} (\bar{w}_{,y}^2 - \bar{w}_{0,y}^2) + \frac{\nu}{2} (\bar{w}_{,x}^2 - \bar{w}_{0,x}^2) \right] \quad \dots (7-1)$$

$$Gh(U_{,y} + v_{,x}) - EA_f U_{,xx} = -Gh(\bar{w}_{,x} \bar{w}_{,y} - \bar{w}_{0,x} \bar{w}_{0,y}) \quad \dots (7-2)$$

ただし, I_f はフランジの弱軸回りの断面二次モーメント ($I_f = b_f h_f^3/12$, b_f はフランジ幅, h_f はフランジ厚),

A_f はフランジ断面積 ($A_f = b_f h_f$) である。

数値計算 式(1),(2),(3)は非線形連立偏微分方程式であり、解析的に厳密に解くことは困難である。したがって式(1),(2),(3)に差分式を適用し、非線形連立代数方程式に置換し、加速パラメータを用いる方法や、Aitkenの外挿法を適宜使用して反復計算を行なった。また、初期にわみとしてはつぎの式で示される量を用いた。

$$w_0 = w_{0max} \cdot \sin(\pi x/a) \cdot \sin(\pi y/b) \quad \dots (8)$$

なお、計算の便宜上つぎに示す無次元量を導入して計算した。 $\bar{W} = \bar{w}/h$, $W_0 = \bar{w}_0/h$, $U = u/h$, $V = v/h$, $\alpha = a/b$, $\beta = b/h$, $\gamma = EI_f/bD$, $\delta = A_f/bh$, $C_f = C_b/bD$, $k = \bar{\sigma}_0/\bar{\sigma}_e$, $\bar{\sigma}_{mx} = \bar{\sigma}_{mx}/\bar{\sigma}_e$, $\bar{\sigma}_{my} = \bar{\sigma}_{my}/\bar{\sigma}_e$, $\bar{\tau}_{mxy} = \bar{\tau}_{mxy}/\bar{\sigma}_e$, $\bar{\sigma}_{\alpha x} = \bar{\sigma}_{\alpha x}/\bar{\sigma}_e$, $\bar{\sigma}_{\beta y} = \bar{\sigma}_{\beta y}/\bar{\sigma}_e$, $\bar{\tau}_{\beta \gamma} = \bar{\tau}_{\beta \gamma}/\bar{\sigma}_e$. ここに $\bar{\sigma}_e = \pi^2 D/b^3 h$ である。

数値計算結果 以下、 $\alpha=1.0$, $\beta=250$, $\gamma=5.0$, $\delta=0.5$ の計算結果を示す。また、初期にわみには x, y 両方向に $\sin$ の半波、すなわち $m=n=1$ の波形を選んだ。その場合の W_{0max} は 0.1, 0.3, 0.5 の3種類である。

図-2 に $X=a/2$, $Y=3b/4$ における荷重-たわみ曲線を示す。图中、実線は境界条件式として式(7-1), (7-2)

を用いた結果であり、上下フランジの曲げ剛さ、断面積を考慮し、ねじり剛さ C_b は無視した。上記に示したパラメータを有する平坦な腹板の座屈荷重は $k_{cr} = 25.5$ であり、初期にわみが 0.1, 0.3, 0.5 と大きくなるにつれて推定座屈荷重がかなり低下することが図から明らかである。また一点鎖線は上下フランジの水平、鉛直方向変位を剛に拘束した腹板すなわち、 $u=v=0$ の境界条件で解析した場合である。境界条件の違いは腹板の変形に大きく影響し、特に座屈後はその差が著しい。図-3 に上下フランジ中央点の鉛直変位と荷重の関係を示した。この図で実線が圧縮フランジの、破線が引張フランジの鉛直変位である。初期にわみの大小の相違は圧縮フランジの変位に影響し、引張フランジには影響しないことが分る。また、圧縮フランジでは腹板が座屈するまではほぼ直線的に変位し、座屈後は急激に変位している。ところが引張フランジでは座屈前も座屈後もほぼ直線的に変位している。したがって、圧縮フランジの急激な変形は図-2 に示した腹板の変形にかなり影響するものと思われる。図-4 には荷重-応力曲線を示した。水平方向膜応力 $\bar{\sigma}_{mx}$ は座屈後からは減少し、反対に曲げ応力 $\bar{\sigma}_{\alpha x}$ は増加している。また鉛直方向膜応力 $\bar{\sigma}_{my}$ はほとんど生じないが、曲げ応力 $\bar{\sigma}_{\beta y}$ は座屈後腹板の変形と共に急激に増加している。なお、フランジ剛度の変化が座屈後等動に及ぼす影響は講演会当日述べる。

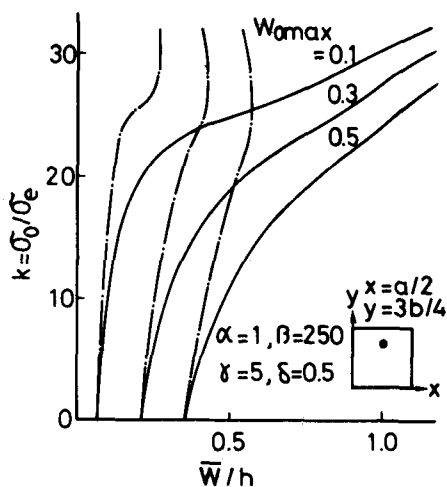


図-2 荷重-たわみ曲線

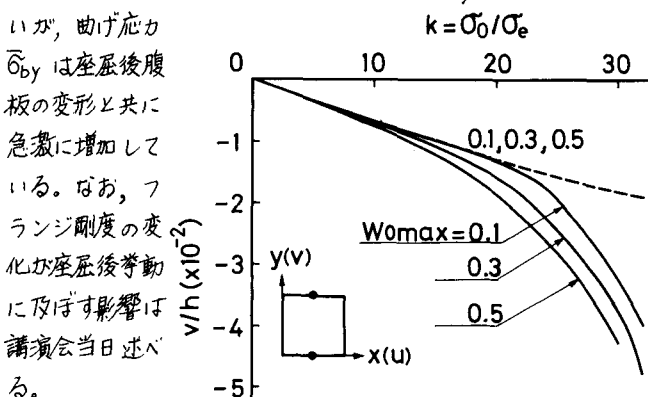


図-3 荷重-面内変位曲線

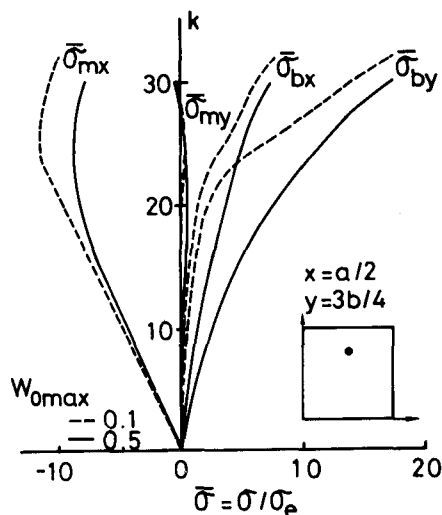


図-4 荷重-応力曲線