

I-145 初期不整のある板要素の圧縮耐荷力について(その2)

大阪大学工学部 正員 前田幸雄
大阪府立高専 正員 ○日笠隆司

1. まえがき 筆者らは板の幾何学的非線形問題を取り扱ったKármán-Marguerreの式をGalerkin法により解析し、初期不整のある板要素の弾性圧縮挙動が精度良く解析出来ることを示した。本文ではその解析結果を用い、たわみ関数を1項のみとして簡略化し、板要素の極限状態を応力によってモデル化し、耐荷力の計算式を導き、実験値²⁾と比較したものである。

2. 解析 対象とする板要素の幅 b 、長さ a は等しいとし、図-1にその座標を無次元化して示す。板要素の4辺の面外境界条件は単純支持で、面内境界条件は載荷2辺で「直線、他の2辺では、1)直線であり、面内外力は0である、2) η 方向の応力は0である」の2種とする。初期たわみ関数 $w_0 = a_0 \sin \pi \xi \sin \pi \eta$ とし、たわみ関数 w を1つの未知係数 a_1 によって、 $w = a_1 \sin \pi \xi \sin \pi \eta$ で表わすと、ひずみの連続条件より、応力関数 Φ は次式で表わされる。

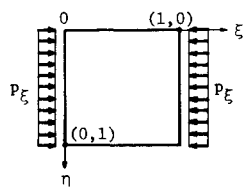


図-1

$$\Phi = -P_\xi \eta^2 / 2 + (a_1^2 - a_0^2) (\cos 2\pi \xi + \cos 2\pi \eta + \Phi_0) / 32 \quad (1)$$

(1)式において、無次元化平均圧縮応力度 $P_\xi = (b/t\sqrt{\sigma_Y/E})^2 \bar{\sigma}_x / \sigma_Y$ 、 $\bar{\sigma}_x$ =平均圧縮応力度であり、同次解 Φ は面内境界条件1)のときは $\Phi_0 = 0$ となり、条件2)のときは次式で表わされる。

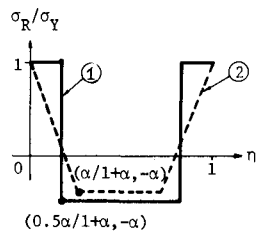


図-2

$$\Phi_0 = \frac{1}{(2\pi + \sinh 2\pi)} \cdot \left[-(2\pi + \sinh 2\pi) \cosh 2\pi \eta + (1 - \cosh 2\pi) \times (2\pi \eta \cosh 2\pi \eta - \sinh 2\pi \eta) + 2\pi \eta \sinh 2\pi \sinh 2\pi \eta \right] \cos 2\pi \xi \quad (2)$$

Kármán-Marguerreの式 κ 、Galerkin法を適用すると、未知係数 a_1 は次のように表わされる。

$$\frac{\pi^4}{32} (1+A) a_1^3 - \left[\left(\frac{\pi^2}{4} \bar{\sigma}_x / \sigma_Y + R \right) \left(\frac{b}{t} \sqrt{\sigma_Y/E} \right)^2 + \frac{\pi^4}{32} \right] \times (1+A) a_0^2 - \frac{\pi^4}{12} (1-\nu^2) a_1 - \frac{\pi^4}{12} (1-\nu^2) a_0 = 0 \quad (3)$$

(3)式において、面内境界条件1)のときは、 $A = 0$ 、条件2)のときは、 $A = (1 - \cosh 2\pi) / \pi (2\pi + \sinh 2\pi)$ である。残留応力度分布を図-2に示すようにモデル化すると、(3)式の残留応力度の項 R は、パターン①のときは、 $R = \pi/4 \cdot (1+\alpha) \sin(\pi\alpha/(1+\alpha))$ 、パターン②のときは、 $R = (1+\alpha)^2/8\alpha \times [\cos(\pi/(1+\alpha)) + 1]$ となる。板要素の極限状態において、 ξ 方向応力度の $\eta = \text{const.}$ の平均値が降伏応力度 σ_Y に等しいとすると、耐荷力比 $\bar{\sigma}_x / \sigma_Y$ は

$$\bar{\sigma}_x / \sigma_Y = 1 - \pi^2 / 8 \cdot (a_1^2 - a_0^2) \cos 2\pi \eta / \left(\frac{b}{t} \sqrt{\sigma_Y/E} \right)^2 \quad (4)$$

となる。(4)式を(3)式に代入し、3次方程式を解くことによって、 a_1 を求め、(4)式より、板要素の圧縮耐荷力比を計算することが出来る。

3. 計算結果と検討 表-1に4種のモデル化による計算値と実験値²⁾を示す。表-1において、1は面内境界条件2)、残留応力度パターン②、(4)式中の $\eta = 0$ 、2は条件2)、パターン①、 $\eta = 0$ 、3は条件2)パターン①、 $\eta = \alpha\pi/(1+\alpha)$ 、4は条件1)、パターン①、 $\eta = 0$ である。計算結果と実験値の比較より、次のことがいえる。

1) 耐荷力の計算値は図-2の残留応力パターンの相違による影響をほとんど受けない。2) 残留応力度のないとき、計算値は(4)式の $\eta = 0$ 、 $\eta = \alpha\pi/(1+\alpha)$ に対してほとんど差がなく、計算値1,2,3は実験値と良く一致する。3) 計算値3はMaquoi³⁾と同様な考え方により求めたもので、残留応力のある場合は他の計算値より実験値と良く合う。

4) 実験に用いた板要素の形状比 $a/b \approx 3$ であることより、耐荷力の計算は正方形板要素モデルで出来ることが分る。

参考文献 1) 前田・日笠、板要素の圧縮挙動について、土木学会第30回年次学術講演概要集、S.50。2) 前田・日笠、初期不整のある板要素の耐荷力について(その1)、関西支部年次学術講演概要集、S.51。3) R. Maquoi, Ph.D. Dissertation, Liege Univ., 1973。

表-1

$b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$	α	a_0	$\bar{\sigma}_x/\sigma_Y$				
			実験	1	2	3	4
0.863	0.33	0.04	1.01	1.0	1.0	1.0	1.0
1.31	0.16	0.04	0.99	1.0	1.0	1.0	1.0
1.86	0.0	0.54	0.73	0.71	0.71	0.71	0.74
1.86	0.44	0.1	0.72	0.76	0.73	0.80	0.77
2.50	0.0	0.03	0.68	0.74	0.74	0.74	0.78
2.51	0.0	0.4	0.66	0.65	0.65	0.65	0.70
2.50	0.48	0.18	0.60	0.51	0.47	0.62	0.55
2.50	0.22	0.51	0.59	0.52	0.52	0.56	0.59
2.50	0.0	0.03	0.71	0.74	0.74	0.74	0.78
2.51	0.01	0.24	0.67	0.68	0.68	0.68	0.72
3.20	0.01	0.02	0.61	0.61	0.61	0.61	0.67
3.20	0.0	1.12	0.57	0.52	0.52	0.52	0.58
3.20	0.22	1.32	0.53	0.39	0.39	0.43	0.48
3.20	0.0	0.05	0.62	0.61	0.61	0.61	0.67
3.20	0.39	0.01	0.56	0.43	0.41	0.52	0.50
3.21	0.02	0.3	0.58	0.57	0.57	0.57	0.63