

大阪大学工学部 正員 北田俊行
大阪大学工学部 正員 小松定夫
大阪大学大学院 学生員 因田純一

1. まえがき 本研究の目的は、初期不整（残留応力および初期たわみ）を有する補剛された圧縮板の極限強度算定のためのアプローチとしての弾塑性有限変位解析法を提示することにある。板パネルと補剛材の剛比の程度により、圧縮補剛板が極限強度に至る挙動を次の3つのケースに分けることができる。
①補剛板全体の変形が先行し、それが著しく生長して極限状態に至る場合。
②全体変形と板パネル間の局部変形が同程度に進行して極限状態に至る場合。
③局部変形が先行し、それが著しく生長して極限状態に至る場合。ケース③の場合の解析は文献(4)(5)の手法を用いればよい。本解析法は①②の場合の解析を対象としているが、今回は①の場合に着目して解析を行う。また、ここで示す解析法は文献(2)で発表した圧縮板の解析法を圧縮補剛板に拡張したものであり、有限要素法によるモーダルアナリシス的手法を導入し大幅な自由度の低減を行っている。

補剛材は梁要素として取り扱い、開断面のものを対象としているため、そのねじり剛性は無視する。

2. 解析法 補剛板を図1に示すように補剛材部分は梁要素、板パネル部分は板要素の集合体にモデル化する。そして、図1に示すように、力のつり合ひは面内圧縮荷重の作用面である⑦面で考える。

1) 変位増分 $\Delta \tilde{U}_I$ の推定 文献(2)と同様、図2に示す状態Iから荷重増分 ΔF_I を与えた時の梁要素および板要素を含む任意要素のポテンシャルエネルギー増分の変分 δU_I は次式で与えられる。

$$\delta U_I = \delta \Delta \tilde{U}_I^T \cdot (\tilde{R}_n \cdot \Delta \tilde{F} - \Delta \tilde{F}_n)$$

$$\tilde{R}_n = H_n^T \cdot L_n^T \cdot \lambda_n^T \cdot R_n \cdot \lambda_n \cdot L_n \cdot H_n$$

$$\Delta \tilde{F}_n = H_n^T \cdot L_n^T \cdot \lambda_n^T \cdot \Delta f_n$$

ここで H_n は式(4)のように有限要素の節点変位 ΔU_n と一般化変位 $\Delta \tilde{U}_I$ を関係づけている板のたわみ変形のモードを表すマトリックスである。

$$\Delta U_n = H_n \cdot \Delta \tilde{U}_I$$

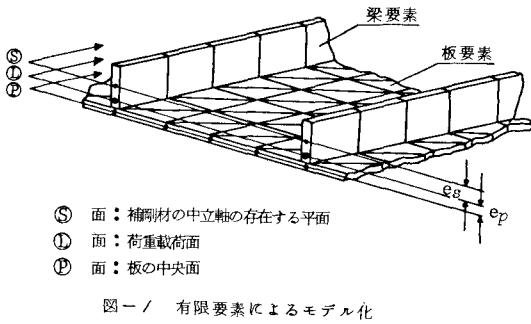
また、 L_n : 座標変換マトリックス、 R_n : 接線剛性マトリックス、 Δf_n : 状態IからM+1までの節点力増分、さらに λ_n は図1に示すように、板要素については⑤面、梁要素については③面の節点力増分 f_n 、節点変位増分 u_n を⑦面の節点力増分 \tilde{f}_n 、節点変位増分 \tilde{u}_n に置換する行列であり次の関係にある。

$$\Delta u_n = \lambda_n \cdot \Delta \tilde{u}_I, \Delta f_n = \lambda_n^T \cdot \Delta \tilde{f}_I \quad (5, 6)$$

式(1)に示す δU_I を全梁要素および板要素について集積し、全系についてポテンシャルエネルギー極小の原理より

$$\tilde{R}_I \cdot \Delta \tilde{U}_I = \Delta \tilde{F}_I \quad (7)$$

$$\tilde{R}_I = \sum \tilde{R}_n, \Delta \tilde{F}_I = \sum \Delta \tilde{F}_n \quad (8, 9)$$

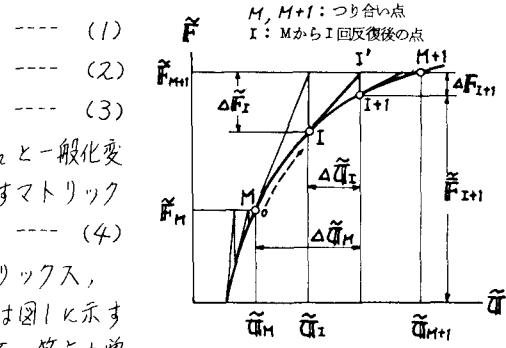


⑤ 面：補剛材の中立軸の存在する平面

① 面：荷重載荷面

⑦ 面：板の中央面

図-1 有限要素によるモデル化



式(7)を解くことにより $\Delta \tilde{U}_I$ が求まり図2の点I'が定まる。

2) 不つり合い力 \tilde{F}_{I+1} の計算 不つり合い力の計算は文献(3)で示した剛体変位を除去する方法を用いる。いま状態 M から $I+1$ までの剛体変位を除去した要素の節点変位増分を $\Delta \tilde{u}_{M,n}$ とする。すると

状態 I+1 での真の節点力 \bar{F}_n は次のようになる。

$$\bar{F}_n = \bar{F}_{M,n} + \Delta \bar{F}_{M,n} + \bar{F}_{R,n} \quad \cdots \quad (10)$$

$$\Delta \bar{F}_{M,n} = \bar{F}_{M,n} - \Delta \bar{U}_{M,n} \quad \cdots \quad (11)$$

ここで $\bar{F}_{M,n}$: 状態 M での変形による真の節点力、

$\bar{F}_{R,n}$: 残留応力による節点力。式(10)の \bar{F}_n をモデル化した一般化節点力に変換すると

$$\tilde{F}_n = \tilde{F}_{M,n} + \Delta \tilde{F}_{M,n} + H_n^T \cdot \bar{F}_{R,n} \quad \cdots \quad (12)$$

$$\tilde{F}_{M,n} + \Delta \tilde{F}_{M,n} = H_n^T \cdot L_n^T \cdot \lambda_n^T \cdot (\bar{F}_{M,n} + \Delta \bar{F}_{M,n}) \quad \cdots \quad (13)$$

$$F_{R,n} = L_n^T \cdot \lambda_n^T \cdot \bar{F}_{R,n} \quad \cdots \quad (14)$$

すべての梁要素、板要素について式(12)を集積すると

3. 解析例 図3に示すような文献(1)に取り上げられた4本の補剛材により補剛された圧縮板と数値計算例とする。

そして、次式の初期たわみを有する場合についての弾性および彈塑性有限変位解析を試みた。

$$W_0 = W_0 \cdot \cos \pi X/a \cdot \sin \pi Y/b \quad \cdots \quad (18)$$

式(4)で仮定する板の横たわみ W のモードは二重三角級数の9項までを採用した(表1参照)。つまり

$$W = \sum_{m=1,3,5} \sum_{n=1,3,5} W_{m,n} \cdot \cos \frac{m\pi X}{a} \cdot \sin \frac{n\pi Y}{b} \quad \cdots \quad (19)$$

計算時間節約のため、今回は図3に示すような粗いメッシュ割りで解析を行った。道路橋示書の最小幅厚比 $b/t = 40$ および必要最小剛比 γ_y を有する補剛板の解析結果を図4および表1に示す。 $\gamma_y = 2400 \text{kg/cm}^2$ の場合の平均圧縮応力度下の最大値 $\bar{\sigma}_{max}$ と γ_y との比 $\bar{\sigma}_{max}/\gamma_y$ は約 0.83 となっている。前面の都合上、解析結果の説明および精度、収束性に関する他の解析例については省略し、発表当日詳細に申しあげる予定である。

4. あとがき 本研究にあたり当時本学大学院生(現在、三菱重工株式会社)の宮崎清司氏の多大の協力を得たことを付記し、ここに感謝の意を表します。

表-1 たわみに及ぼす各モードの影響度

	モード	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y$	m	1	1	3	3	1	5	3	5	5
	n	1	3	1	3	5	1	5	3	5
W_{mn}/W_c (図4、点A)		1.001	0.024	0.019	-0.004	0.001	0.001	-0.001	-0.001	-0.001
W_{mn}/W_c (図4、点B)		1.041	0.040	-0.000	-0.000	0.002	-0.000	-0.001	0.000	-0.002

真の一般化節点力 \tilde{F}_{I+1} が得られる。

$$\tilde{F}_{I+1} = \sum \tilde{F}_n = \tilde{F}_M + \Delta \tilde{F}_{M,n} + H_n^T \cdot \bar{F}_{R,n} \quad \cdots \quad (15)$$

すると不つり合ひ力 $\Delta \tilde{F}_{I+1}$ は次式で与えられる。

$$\Delta \tilde{F}_{I+1} = \tilde{F}_{I+1} + H^T \cdot F_{R,n} - \tilde{F}_{I+1} \quad \cdots \quad (16)$$

$$= \tilde{F}_{I+1} - \{ \tilde{F}_M + \Delta \tilde{F}_M + H^T (\bar{F}_{R,I+1} - \tilde{F}_{R,n}) \} \quad \cdots \quad (17)$$

ここで $\bar{F}_{R,n}$ は残留応力と初期たわみの共存する補剛板を平面あるいは直線の有限要素の集合体にモデル化することにより生ずる不つり合ひ力を相殺するための仮想の節点外力である。

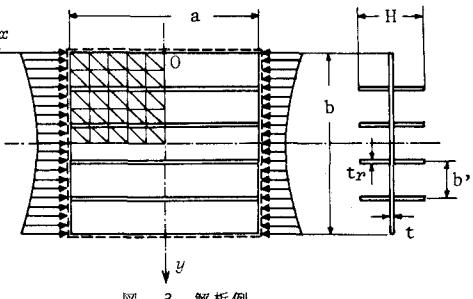


図-3 解析例

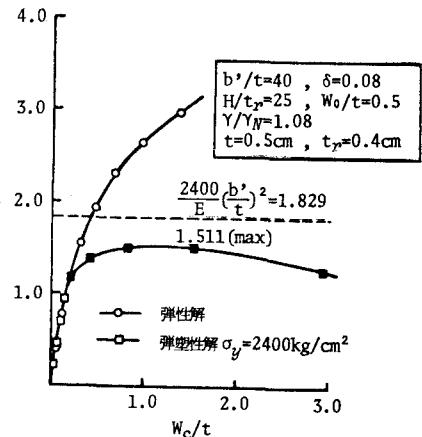


図-4 平均圧縮応力度と中央パネル中央のたわみとの関係

参考文献 (1) 関村・吉田：圧縮を受けるリブ付き鋼板の弾塑性座屈、昭和49年度関西支部年講概要集、(2) 小松・北田・岡田：圧縮板の極限強度に関する一解析手法について、第30回年講概要集、(3) 小松・北田・宮崎：残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析、土木学会論文報告集、第244号、(4) 小松・北田・宮崎：初期不整をもつ補剛された圧縮板の極限強度解析について、昭和51年度関西支部年講概要集、(5) 竹谷・小松・北田：補剛された圧縮板の極限強度に関する研究、第31回年講概要集。