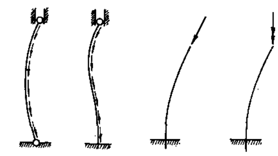
I-140　非保存力を受ける骨組構造物の弾性安定性に及ぼす減衰の影響について

山口大学　正員　會田忠義
福山コンサルタント　正員　○波木健一

1. まえがき

非保存的弾性系では、内部減衰が不安定効果をもたらすことがあることを、Ziegler[1]により見い出されて以来、Bolotin[2], Leipholz[3] および Herrmann[4] らにより、非保存的弾性系における減衰の影響についての研究がなされている。本研究は、著者らが先に発表した骨組構造物の非保存的弾性安定性の解析法[5]を応用し、減衰の影響を再検討したものである。減衰は速度に比例する粘性減衰のみを考慮し、減衰マトリックスはモーダルマトリックスにより対角される場合に限定している。解析は、ダイバージェンス型不安定の例として、等分布接線従動力を受ける両端単純支持柱(図－1.a)と一端固定他端単純支持柱(図－1.b)に、フラッタ型不安定の例として、一端固定他端自由柱の自由端に集中従動力が作用する場合(図－1.c)と同じく自由端に垂直トルクが作用する場合(図－1.d)について行なった。



図－1

2. 運動方程式と臨界荷重の算定

減衰マトリックスをDとするとき、振動変位を考慮した場合の外乱による運動方程式は右記の式となる。

$$\mathbb{W}\frac{d^2\mathbb{d}}{dt^2}+\mathbb{D}\frac{d\mathbb{d}}{dt}+P_0(\mathbb{K}_3+\mathbb{K}_4)\mathbb{d}+\mathbb{K}_1\mathbb{d}=0 \qquad \cdots\cdots(1)$$

無載荷時の非減衰の自由振動の固有円振動数を $\omega_1, \omega_2, \cdots$ それぞれに対する正規化された固有ベクトルを $\Phi_1, \Phi_2, \cdots$, さらに、それぞれのモードに対応する減衰定数を $h_1, h_2, \cdots$ とするとき、仮定にしたがうと減衰マトリックスDは右記の式で表わされる。

$$\mathbb{D}=\mathbb{W}[\Phi][2h\omega][\Phi]^T\mathbb{W} \qquad \cdots\cdots(2)$$

式(1)の外乱による振動変位を $\mathbb{d}=\tilde{\mathbb{d}}e^{\omega t}$ で表わすとき、右記の特性方程式が得られる。

$$|\,\mathbb{K}_1+P_0(\mathbb{K}_3+\mathbb{K}_4)+\omega\mathbb{D}+\omega^2\mathbb{W}\,|=0 \qquad \cdots(3)$$

したがって、初期微小外乱による不安定となる最小の臨界荷重を求めるには、ωの値が負の実根から正の実根あるいは正の実部をもつ複素根に変化する臨界時の P_0 の値を算出すればよい。

3. 減衰の影響

解析モデルは柱長60cm、断面4×0.2cmのアルミニウム柱で、解析にあたって柱を10等分割し、集中質量系にした。特に、図－1.dの場合については、0.6×0.5cm断面のものを4等分割して解析した。ここで考慮した対角化された減衰マトリックスは各要素がすべて等しい場合($2h\omega_1$とする)とすべて異なる場合($2h\omega_i$)で、減衰定数hが種々異なる状態について計算を行なった。結果を図－2(図－1aの柱についての固有値曲線)、図－3(図－1bの柱についての固有値曲線)図－4(図－1cのBeckの問題の固有値曲線)および図－5(図－1dの柱についての固有値曲線)に示す。図には無次元荷重 $\eta_p=Pl^2/EI$, $\eta_g=gl^3/EI$, 無次元固有値 $\xi=\omega l^2\sqrt{\mu/EI}$, $Re\,\xi=\xi$ の実部、$Im\,\xi=\xi$ の虚部, P=集中荷重, g=等分布荷重, l=柱長 EI=曲げ剛性, μ=柱単位長さの質量, ω=固有円振動数, Mt=トルク, $Re\,\omega=\omega$ の実部, $Im\,\omega=\omega$ の虚部の記号を用いている。解析結果、非減衰系のダイバージェンス型不安定には減衰力は何ら影響を及ぼさない。非減衰系のフラッタ型不安定では、対角化された減衰マトリックスの各要素が等しい減衰力によって系は安定化されるが、各要素が異なる減衰力によって系は不安定化される。ただし、図－1dのトルクを受ける柱については必ずしも不安定化されないことが明らかになった。

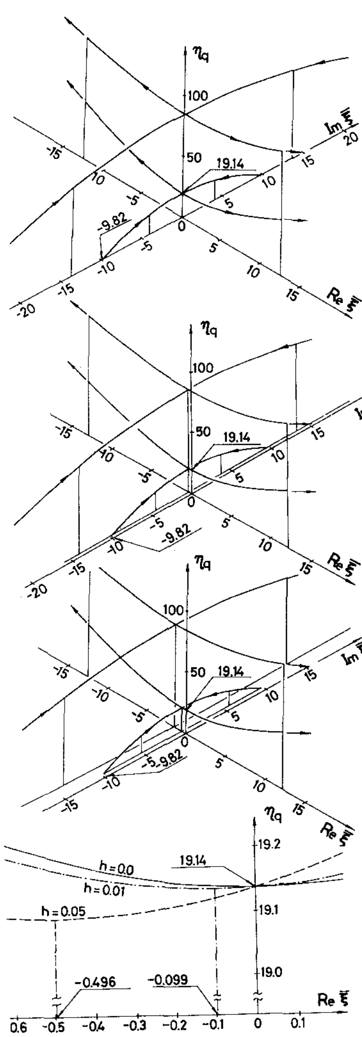


図 − 2

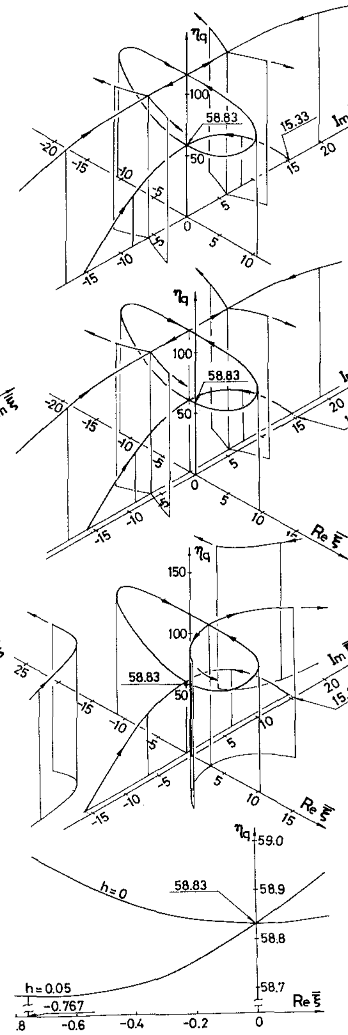


図 − 3

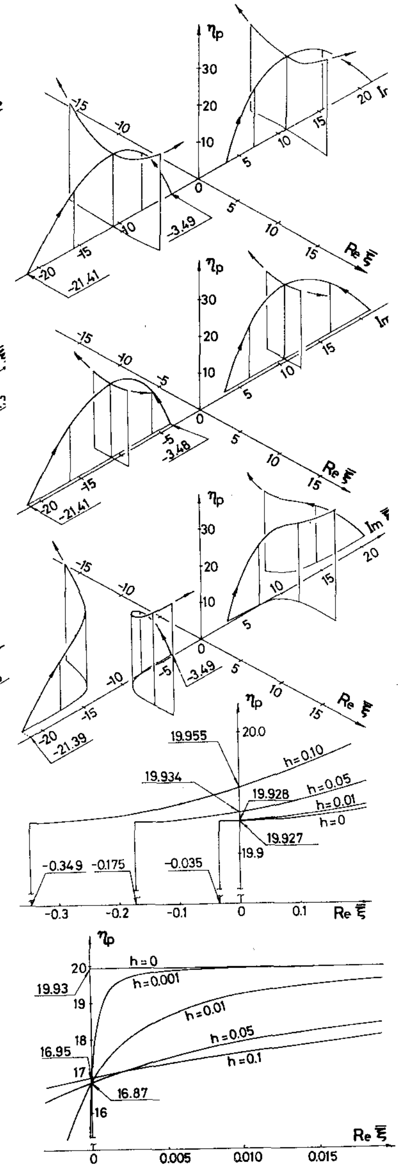


図 − 4

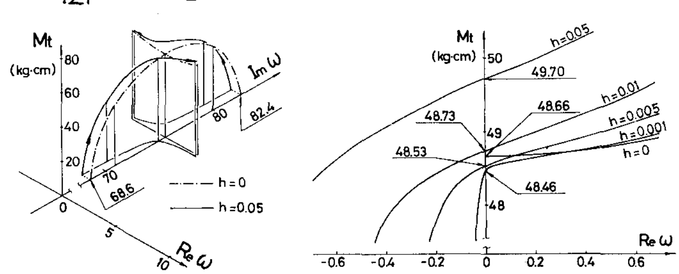


図 − 5

1) Ziegler, H : Ing.-Arch., 20, 49 (1952). 2) Bolotin, V. V. : Nonconservative Problems of the Theory of Elastic Stability, Pergamon Press, N.Y., 1963. 3) Leipholz, H : Ing.-Arch., 33, 308 (1964) and Stability Theory, Academic Press, N.Y., 1970. 4) Herrmann, G. and Jong, I.-C., : Trans. ASME, Ser., E, J. Appl. Mech., 32, 592 (1965) and J. Appl. Mech., 33, 125 (1966). 5) 會田忠義・波木健一：山口大学工学部研究報告，26，2，7（1976）.