# I-138　梁の断面形状が動的不安定現象に与える影響について

東京大学　学生員　山田　晴利
東京大学　正　員　西岡　隆

本報告は，薄肉開断面の片持ち梁の曲げねじり振動についての理論解析ならびに実験の結果である。曲げねじり振動が動的不安定現象といわれる所以は，その運動を記述する方程式の中に 梁の横方向への変位あるいは回転変位が増加すると，その絶対値がふえる項が含まれているからである。下記の式（1），（2）に現われる項のうち，下線をつけたものがそれにあたる。このような動的不安定現象については，これまで，外力との関係において研究がおこなわれていたが，これを断面形との関連で捉えるということは あまりなされていなかった。そこで，動的不安定現象の一つである曲げねじり振動を，梁の断面形との関連において解析するのが，本研究の目的である。

一般の薄肉断面部材について，仮想仕事の原理を用い，振動の方程式を求める。その結果において，微小な項をおとすと，二軸対称なI形断面をもつ片持梁に対する曲げねじり振動の方程式は次のようになる。

$$m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+EI_\eta\frac{\partial^4 u}{\partial z^4}+\underline{\frac{g}{2}(l-z)^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}}-g(l-z)\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\underline{g\varphi}=0 \qquad (1)$$

$$I_\varphi\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}+C_1\frac{\partial^4\varphi}{\partial z^4}-C\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}-\underline{\frac{g}{2}(l-z)^2\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}=0 \qquad (2)$$

ここで，

| | |
|---|---|
| $m$：梁の単位長さあたりの質量 | $I_\varphi$：図心軸まわりの慣性モーメント |
| $g$：梁の単位長さあたりの重量 | $C$：ねじり剛性 |
| $l$：梁の長さ | $C_1$：曲げねじり剛性 |
| $EI_\eta$：梁の横方向への（弱軸回りの）曲げ剛性 | $\varphi$：図心軸まわりの回転角 |

である。

（1），（2）両式からわかるように，横方向変位と回転とが連成した形で，曲げねじり振動がおこる。鉛直方向には，この曲げねじり振動と全く独立に，梁のたわみ振動がおこる。図心の鉛直方向変位をひとかくと，この方程式は次のように表わせる。

$$m\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}+EI_\xi\frac{\partial^4 v}{\partial z^4}+g=0 \qquad (3)$$

ここに $EI_\xi$は梁の鉛直方向への（強軸まわりの）曲げ剛性である。

（1），（2）両式を解析的に解くのは容易ではないので，変分原理にもとづくレーリー・リッツの方法を用いて，曲げねじり振動の振動数を求めた。その際，回転角のモード$\Phi(z)$，水平方向変位のモード$U(z)$をいくつかの異なる函数形で表わして振動数およびモード形を計算し，実験によって得られた振動数・モード形と比較をした。その結果，$\Phi(z)$，$U(z)$として仮定した函数形について，その適否を明らかにすることができた。

断面形と長さとの異なるいくつかの梁に関して測定した曲げねじり振動の振動数を適当な方法で無次元化し，この無次元化振動数と，梁の断面形・長さに関わる無次元量

$$\frac{C_1}{Cl^2},\quad \frac{C_1}{mgl^5},\quad \frac{EI_\eta}{C},\quad \frac{l}{t}$$

との関係を考察した（ここで，$t$は板厚を表わす）。その結果，梁の断面形が，曲げねじり振動におよぼす影響をかなり明らかにすることができた。