

徳山工業高専 正員 重松 恒美
愛媛大学工学部 正員 見澤 繁光
愛媛大学工学部 正員 大賀水田生

1. まえがき

サンドイッチ板の座屈問題は Plantema⁽¹⁾等により板のせん断変形を考慮することにより、広く解析されている。サンドイッチ板においては1つの支持条件でも端部補強材の有無により、境界条件が異なり座屈強度が変化する。これら一連の座屈強度の変化と、一方向圧縮荷重を受け荷重の方向に垂直な二辺は単純支持され、他の二辺は任意に支持された等方性サンドイッチ板について調べた。なお、解析法としては理論体系がわかりやすく、計算手順が機械的である伝達マトリックス法を用いた。そして、せん断剛性と変化させながらサンドイッチ板の座屈解析を行い、さらに本法による解と従来の解との比較検討を行った。また端部補強材の有無による座屈強度の変化に関する実験を行い、相対的な座屈強度の検討を行った。

2. 伝達マトリックス法によるサンドイッチ板の理論的解析

一方向の圧縮荷重を受けるせん断変形を有するサンドイッチ板の微小弾性体の力のつり合いを考え、せん断力 Q_x , Q_y と応力関数 Ω , たわみ w を変位関数 W を用いておきかえると次のような二つの微分方程式が誘導される。(図-1, 図-2 参照)

$$D \Delta \Delta W = -P_x W'' + \frac{D}{G_c t_c} P_x \Delta W'' \quad (1)$$

$$\Omega - \frac{1}{2}(1-\nu) \frac{D}{G_c t_c} \Delta \Omega = 0 \quad (2)$$

ここに D : 曲げ剛性, G_c : 心材のせん断弾性係数, P_x : 圧縮荷重
 t_c : 心材の厚さ, $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\nu \equiv \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$, $\cdot \equiv \frac{\partial}{\partial y}$
端部補強材を有する板の単純支持(図-2)での境界条件は

$$W = \psi_y = M_x = 0 \quad (3)$$

であるから式(3)を満足する W , および Ω は

$$W = \bar{W}(y) \sin \frac{m\pi}{a} x, \quad \Omega = \bar{\Omega}(y) \cos \frac{m\pi}{a} x \quad (m=1, 2, \dots) \quad (4)$$

と表わすことができ、式(4)を式(1), 式(2)に代入すると、式(1), 式(2)は独立変数 $\bar{W}(y)$ のみの微分方程式となる。この微分方程式を解き、変位 w , ψ_x , ψ_y , 断面力 M_x , M_y , M_{xy} , Q_y を求めると次のようになる。

$$W = \frac{\bar{W}}{D} \left[1 + \frac{D}{G_c t_c} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \right] - \frac{1}{G_c t_c} \bar{W}''$$

$$\psi_y = -\frac{\bar{W}'}{D} + \frac{1}{G_c t_c} \left(\frac{m\pi}{a} \right) \bar{\Omega}, \quad \psi_x = -\frac{1}{D} \left(\frac{m\pi}{a} \right) \bar{W} + \frac{1}{G_c t_c} \bar{\Omega}$$

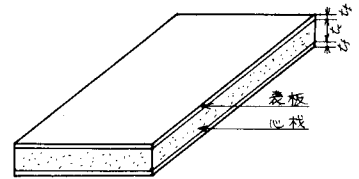


図-1 サンドイッチ板

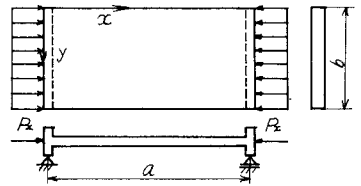


図-2 支持状態

表-1 支持条件と境界条件

1	a		$W = \psi_x = \psi_y = 0$	固定支持
	b		$W = M_{xy} = \psi_y = 0$	
2	a		$W = \psi_x = M_y = 0$	単純支持
	b		$W = M_{xy} = M_y = 0$	
3	a		$\psi_x = M_y = Q_y = 0$	自由
	b		$M_{xy} = M_y = Q_y = 0$	

表-2 支持状態の組み合わせ

$y=0$	1-a	1-b	2-a	2-b	3-a	3-b
1-a						
1-b						
2-a						
2-b						
3-a						
3-b						

$$\left. \begin{aligned} M_{yx} &= -(1-\nu) \left(\frac{m\pi}{a} \right) \bar{W}'' + \frac{D}{G_c t_c} \cdot \frac{(1-\nu)}{2} \left[\bar{\Omega}'' + \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \bar{\Omega} \right] \\ M_y &= -\bar{W}'' + \nu \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \bar{W} + \frac{D}{G_c t_c} (1-\nu) \frac{m\pi}{a} \bar{\Omega}' \\ Q_y &= \left(\frac{m\pi}{a} \right) \bar{\Omega} - [\bar{W}''' - \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \bar{W}'] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

これより、左端と右端を伝達する格間伝達マトリックスは次のようになる。

$$\begin{bmatrix} W \\ \psi_y \\ \psi_x \\ M_{yx} \\ M_y \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} & F_{15} & F_{16} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} & F_{25} & F_{26} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & F_{34} & F_{35} & F_{36} \\ F_{41} & F_{42} & F_{43} & F_{44} & F_{45} & F_{46} \\ F_{51} & F_{52} & F_{53} & F_{54} & F_{55} & F_{56} \\ F_{61} & F_{62} & F_{63} & F_{64} & F_{65} & F_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_0 \\ \psi_{y0} \\ \psi_{x0} \\ \psi_{yx0} \\ M_{y0} \\ Q_{y0} \end{bmatrix} \quad \text{-----(6)}$$

式(6)より、 $y=0$ 、 $y=b$ におけるそれぞれの境界条件を考慮して座屈条件式を求めることができる。従って、理論的には式(6)に示されている6つの状態量からうつを逐次20種類の支持条件が考えられる。しかし、通常の場合、固定支持、単純支持、自由であり、端部補強材の有無を考慮すると計6種類となる。表-1に支持条件と境界条件を示している。これら6種類の境界条件より可能な組み合わせを表-2に示している。

3. 数値計算および実験結果

表-2に示している組合せにつき数値計算を行ない、それぞれの座屈係数 $K = \pi^2 E D / a^2$ を求めた。サンドイッチ板の形状比 a/b は0.40、せん断剛性のパラメータ $\epsilon = \pi^2 \nu / 6 G_c t_c$ は0.09とした。 $\epsilon = 0$ の場合には通孔の板の解である。座屈条件式の根は、二分法により求めた。この際、単精度計算では満足する解が得られず、倍精度計算、四倍精度計算を行なった。 L_{11} 、 L_{33} 等の支持条件では、従来の解と本法による解は一致した。端部補強材の有無による座屈強度の変化を見るため、 L_{44} 、 L_{55} 、 L_{66} について数値計算結果を図-3、図-4、図-5に示している。図-3、図-4、図-5より、これら3種の座屈強度の変化が明らかである。実際に表板に鉄板、心材にペーパーハニカムを使用してサンドイッチ板を製作し、3種の座屈強度試験を行なった。この際、 L_{55} 、 L_{66} の境界条件を満足させることは実際上困難であり、近似的に補強材を挿入した。 L_{55} 、 L_{66} の $\epsilon = 0.4 \sim 0.6$ では、実験結果が本法による解の約6~7割程度となり、 L_{66} の実験結果は本法による解の約8割程度であった。今後、補強材の剛性、および挿入方法などの検討が必要であると思われる。

参考文献 1) Plantema: Sandwich Construction, John Wiley & Sons.

2) Wurmnest: Zur Theorie schubelastischer Platten: Stabilität von Rechteckplatten, Dissertation Darmstadt.

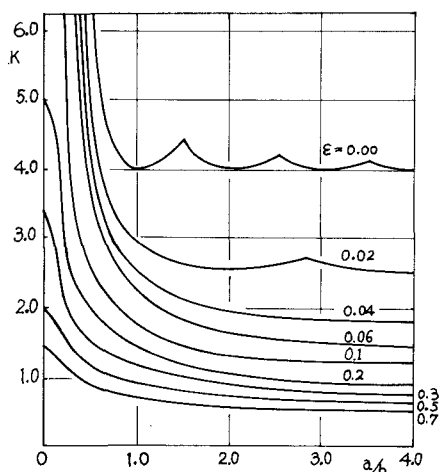


図-3 サンドイッチ板の座屈係数 (L_{55})

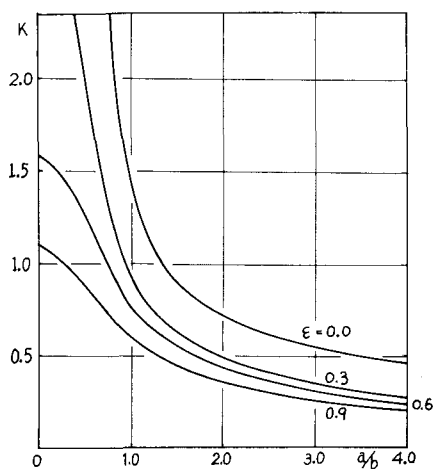


図-4 サンドイッチ板の座屈係数 (L_{44})

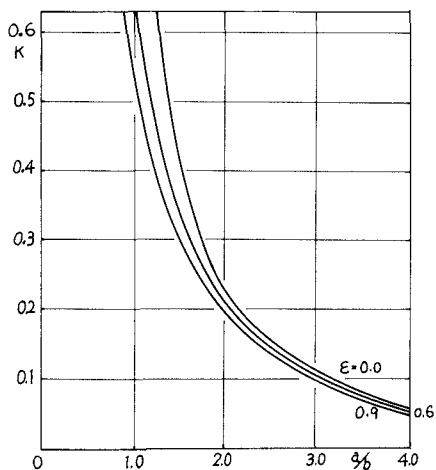


図-5 サンドイッチ板の座屈係数 (L_{66})