

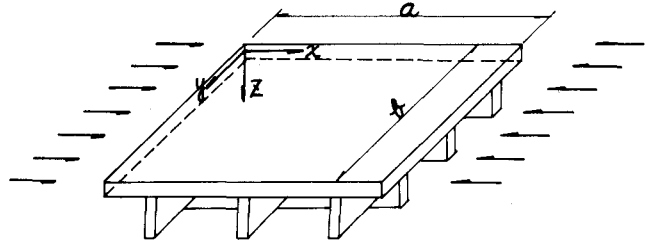
広島大学工学部 正員 吉俣 康行
大村 裕

1. まえがき

補剛板に対する直交異方性板理論の適用に関する研究はHuberをはじめ多くの研究者によりなされてきたが、そのほとんどは板が面外荷重を受ける場合であり、これを座屈問題に適用した例は意外に少ない。本報告では厳密な直交異方性板理論に基づき片面で補剛された板(偏心補剛板)の座屈式を導き、これを現行の示方書案等と比較検討する。

2. 解析方法

偏心補剛板の座屈に対する支配方程式としては、既にPflüger⁽¹⁾が直交する3方向の変位に関する4階の偏微分方程式として次式を導いている。



$$\left(\frac{t}{1-\nu^2} + F_x\right) \frac{\partial^4 u}{\partial x^2} + \frac{t}{2(1-\nu)} \frac{\partial^4 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{t}{2(1+\nu)} \frac{\partial^4 u}{\partial y^2} - S_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1-a)$$

$$\left(\frac{t}{1-\nu^2} + F_y\right) \frac{\partial^4 u}{\partial y^2} + \frac{t}{2(1-\nu)} \frac{\partial^4 u}{\partial x \partial y^2} + \left\{ \frac{t}{2(1+\nu)} - \frac{N}{E} \right\} \frac{\partial^4 u}{\partial x^2} - S_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{Ne}{E} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0 \quad (1-b)$$

$$\left\{ \frac{t^3}{12(1-\nu^2)} + J_x \right\} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \left\{ \frac{2t^3}{12(1-\nu^2)} - \frac{Ne^2}{E} \right\} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \left\{ \frac{t^3}{12(1-\nu^2)} + J_y \right\} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - S_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - S_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{N}{E} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = 0 \quad (1-c)$$

上記3元連立方程式にTrenks⁽²⁾流の操作をおこない、 u ・ v を消去すると w に関する8階の偏微分方程式として次式を得る。

$$a_1 \frac{\partial^8 w}{\partial x^8} + a_2 \frac{\partial^8 w}{\partial x^6 \partial y^2} + a_3 \frac{\partial^8 w}{\partial x^4 \partial y^4} + a_4 \frac{\partial^8 w}{\partial x^2 \partial y^6} + a_5 \frac{\partial^8 w}{\partial y^8} - \frac{N}{E} (b_1 \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} + b_2 \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial y^2} + b_3 \frac{\partial^6 w}{\partial x^2 \partial y^4} + b_4 \frac{\partial^6 w}{\partial x^2 \partial y^6} - c_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - c_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - c_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^4}) = 0 \quad (2)$$

$a_1 \sim a_5$, $b_1 \sim b_4$, $c_1 \sim c_3$ は断面定数 但し、 c_1 ・ c_2 のみ N/E の項を含む

今、周辺単純支持の場合を考え、この境界条件と満足する座屈時のたわみとして

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \quad (3)$$

を選ぶ。(2)式にGalerkin法を適用すると $(m \times n)$ 個の連立方程式を得る。しかしながら関数の直交性に着目すると支配方程式の性質上、任意の m_1 ・ n_1 番目に現われる係数は m_1 ・ n_1 のみとなり、 $(m \times n)$ 個の方程式は互いに独立なものとなる。したがって座屈時のたわみ形状は

$$w = A_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \quad (4)$$

と表わされ、(4)式の m , n のうち(2)式の座屈荷重($=N$)を最小にするものを見い出せばよいことになる。

N/E , $(t/a)^2$ を微量量としてあつかい、さらに断面定数 A_i , B_i , C_i を板厚 t を基準にした無次元量で表わしこれを改めて A_i , B_i , C_i とおくと、多少の計算の後次式を得る。

$$\sigma_{cr} = k \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \quad (5)$$

$$k = \frac{12(1-\nu^2) n^2}{1+n\delta} \frac{A_1 \beta^8 + A_2 \beta^6 + A_3 \beta^4 + A_4 \beta^2 + A_5}{C_1 \beta^6 + C_2 \beta^4 + C_3 \beta^2} \quad (\text{但し } \beta = \frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n}) \quad (6)$$

3. 比較方法

補剛板の1パネルとして荷重載荷方向にのみ補剛材があるような場合を考え、座屈係数の比較をおこなう。比較は上記(6)式と次の2者についておこなう。

i) 示方書案

現行道路橋示方書においては偏心の影響を無視して次に示す座屈係数を採用している。

$$k = \frac{1}{1+n\delta} \left\{ \left(\frac{m}{a}\right)^2 (1+nr) + 2 + \left(\frac{a}{m}\right)^2 \right\} \quad (7)$$

ii) 合成中立軸を仮定する案

Gienke の概念を参考に、曲げの間板と補剛材の合成中立軸におけるひずみをゼロと仮定すると、座屈支配方程式は Huber 型の4階の偏微分方程式となり座屈係数は次のようになる。

$$k = \frac{1}{1+n\delta} \left\{ \frac{\bar{B}_x}{B} \left(\frac{m}{a}\right)^2 + 2 \cdot \frac{H}{B} + \left(\frac{a}{m}\right)^2 \right\} \quad (8)$$

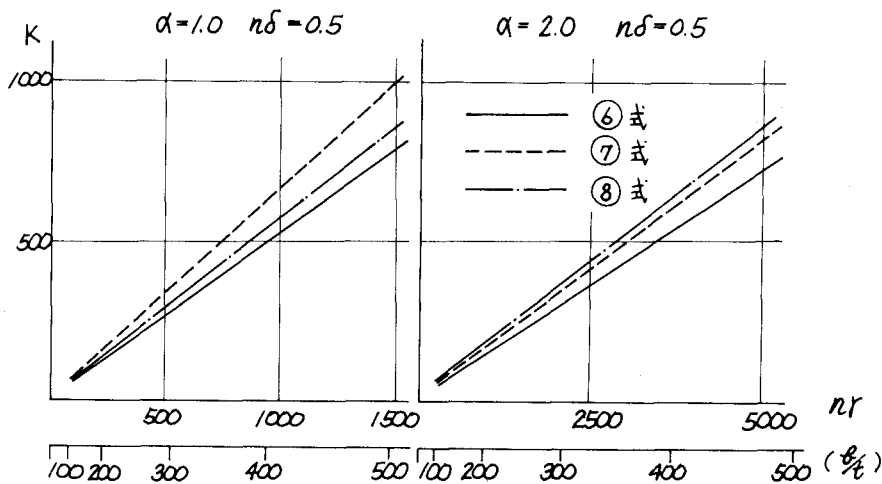
$\bar{B}_x$: 合成中立軸に関する補剛板の断面2次モーメント

$$H = B + \nu e_x e_y D + \frac{1}{4} (1-\nu) (e_x + e_y)^2 D$$

ここで補剛材を長方形断面と仮定すれば、(6)式及び(8)式の断面定数は $n\delta$ (=断面積比), nr (=剛比)のみによって表わされ、上記3案を $n\delta \cdot nr \cdot \alpha = a/b$ をパラメーターとして比較することができる。

4. 計算結果

上記3案の比較計算を $n\delta = 0.1 \sim 1.0$, $\alpha = 0.5 \sim 3.0$ の範囲に対して(実際の設計に用いられるような範囲に対して)おこなった。1例として $n\delta = 0.5$ の場合の $\alpha = 1.0$, $\alpha = 2.0$ の計算結果を右図に示す。示方書案(7)式は上記(6)式



よりも常に危険側の評価を与え、 $a/b = 500$ 前後では20%程度の差が現われる。

詳細は当日発表予定である。

※ 参考文献

- 1 Zum Beulproblem der anisotropen Rechteckplatte, Ingenieur Arch, Vol 16, 1947
- 2 Beitrag zur Berechnung orthogonal anisotroper Rechteckplatten, Der Bauingenieur Vol 29, 1954