

金沢大学工学部 正 吉 田 博
金沢大学工学部 学 前 川 幸次

1. ま え が き

最近、補剛板の強度に関する研究が急速に進められ、特にわが国においては、座屈強度の観点から縦横補剛板のねじり剛性の影響、非弾性座屈強度におよぼす残留応力の影響等が検討されてきた。本報告は、横補剛板が補剛板の座屈強度におよぼす影響を検討するための有限帯板要素法による縦横補剛板を有する板の座屈解析法と2～3の解析例について述べようとするものである。

2. 解 析 法

帯板要素の剛性マトリックス、安定係数マトリックス(図-1)に示される補剛板より、図-2に示す節線*ij*を有する帯板要素をとり出す。この帯板要素の座屈変形による*z*方向の変位*W*に対して、式(1)の変位関数を仮定する。

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \{ \phi(\eta) \} \cdot \{ W_m \}^T \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (1)$$

ここに、 $\{ \phi(\eta) \} = \{ 1 - \frac{3\eta^2}{b^2} + \frac{2\eta^3}{b^3}, \eta - \frac{2\eta^2}{b} + \frac{\eta^3}{b^2}, \frac{3\eta^2}{b^2} - \frac{2\eta^3}{b^3}, \frac{\eta^3}{b^3} - \frac{\eta^2}{b^2} \}$, $\{ W_m \} = \{ \bar{W}_{1m}, \bar{\Theta}_{1m}, \bar{W}_{2m}, \bar{\Theta}_{2m} \}$. 節線変位および節線力は、 $W_i = \sum \bar{W}_{im} \sin m\pi x/a$, $W_j = \sum \bar{W}_{jm} \sin m\pi x/a$, $\Theta_i = \sum \bar{\Theta}_{im} \sin m\pi x/a$, $\Theta_j = \sum \bar{\Theta}_{jm} \sin m\pi x/a$ および、 $V_i = \sum \bar{V}_{im} \sin m\pi x/a$, $V_j = \sum \bar{V}_{jm} \sin m\pi x/a$, $\Theta_i = \sum \bar{\Theta}_{im} \sin m\pi x/a$, $\Theta_j = \sum \bar{\Theta}_{jm} \sin m\pi x/a$ である。座屈に対する全ポテンシャルエネルギーは、

$$U_p = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \{ M \} \cdot \{ \chi \}^T dx dy - \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \sigma \epsilon \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 dx dy \quad (2)$$

である。ここに、 $\{ M \} = \{ M_x, M_y, M_{xy} \}$, $\{ \chi \} = \{ -\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}, 2\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \}$, t = 帯板要素の厚さ, σ = 残留応力を含めた軸方向圧縮応力であり、 $\{ M \}^T = [K] \{ \chi \}^T$ の関係がある。ポテンシャルエネルギーの停留化を行うと、

$$\{ f \}_m = \{ [K] + [K'] \} \{ u \}_m \quad (3)$$

ここに、 $\{ f \}_m^T = \{ \bar{V}_{1i}, \bar{M}_{1i}, \dots, \bar{V}_{2i}, \bar{M}_{2i}, \bar{V}_{1j}, \bar{M}_{1j}, \dots, \bar{V}_{2j}, \bar{M}_{2j} \}$, $\{ u \}_m^T = \{ \bar{W}_{1i}, \bar{\Theta}_{1i}, \dots, \bar{W}_{2i}, \bar{\Theta}_{2i}, \bar{W}_{1j}, \bar{\Theta}_{1j}, \dots, \bar{W}_{2j}, \bar{\Theta}_{2j} \}$, $[K]$ = 帯板要素の剛性マトリックス, $[K']$ = 帯板要素の安定係数マトリックス。

縦横補剛板の剛性マトリックス、安定係数マトリックス

座屈変形による縦横補剛板のポテンシャルエネルギーは

$$U_{Ls} = \frac{EA}{2} \int_0^a \left(\frac{dU_s}{dx} \right)^2 dx + \frac{EI_y}{2} \int_0^a \left(\frac{d^2 W_s}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{EI_z}{2} \int_0^a \left(\frac{d^2 V_s}{dx^2} \right)^2 dx$$

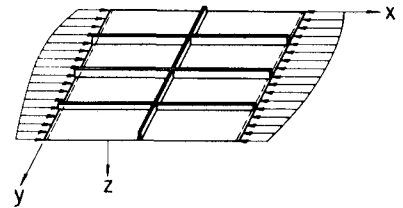


図-1

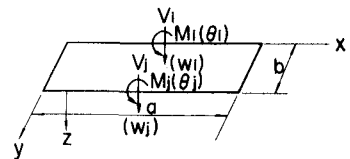


図-2

$$+ \frac{EI_w}{2} \int_0^a \left(\frac{d^2 \Theta_s}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{GK_r}{2} \int_0^a \left(\frac{d\Theta_s}{dx} \right)^2 dx - \frac{1}{2} \int_0^a \left\{ \sigma \left(\left(\frac{dU}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dV}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dW}{dx} \right)^2 \right) \right\} dx \quad (4)$$

ここに、 A , EI_y , EI_z , EI_w , GK_r はそれぞれ、補剛板断面積、

ねじり剛性、サンプソンのねじり

剛性である。また、 u , v は*x*, *y*方向の変位であり、サフィック

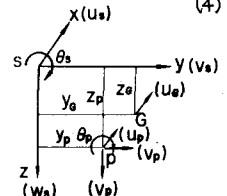


図-3

ス, α , S は補剛板の図心、せん断中心を示している。いま、補剛板として長方形断面を考え、補剛板の取付点

を*o*で示すと、図-3を参照して、 $\Theta_s \doteq \Theta_p$, $u = -(z - z_o) \frac{dW_s}{dx} - (y - y_o) \frac{dV_s}{dx} + u_o$, $v = v_s - z \Theta_p$, W

$= W_s + y \Theta_p$ の関係があり、また、補剛板の取付点では板と同一変位であるから、 $W_p = \sum \bar{W}_{pm} \sin m\pi x/a$,

$\Theta_p = \sum \bar{\Theta}_{pm} \sin m\pi x/a$ である。以上の関係を式(4)

に代入し、ポテンシャルエネルギーの停留化を行なえば

$$\{ f_{Ls} \}_m = \{ [K_{Ls}] + [K'_{Ls}] \} \{ u_{Ls} \}_m \quad (5)$$

ここに、 $\{f_{LS}\}_m = \{\bar{V}_{p1}, \bar{M}_{p1}, \dots, \bar{V}_{pm}, \bar{M}_{pm}\}$, $\{u_{LS}\}_m = \{\bar{W}_{p1}, \bar{\Theta}_{p1}, \dots, \bar{W}_{pm}, \bar{\Theta}_{pm}\}$, $[K_{LS}]$ =縦補剛材の剛性マトリックス, $[K_{LS}']$ =縦補剛材の安定係数マトリックス。

横補剛材の剛性マトリックス—図-4のようにN本の横補剛材が帯板要素に取付けられているものとする。I番目の補剛材の座屈変形によるポテンシャルエネルギーは、

$$U_{TSI} = \left\{ \frac{EA'}{2} \int_0^{\lambda} \left(\frac{dV_s}{dy} \right)^2 dy + \frac{EI'_x}{2} \int_0^{\lambda} \left(\frac{d^2 W_s}{dy^2} \right)^2 dy + \frac{EI'_z}{2} \int_0^{\lambda} \left(\frac{d^2 U_s}{dy^2} \right)^2 dy + \frac{EI'_w}{2} \int_0^{\lambda} \left(\frac{d^2 \psi_s}{dy^2} \right)^2 dy + \frac{GK'}{2} \int_0^{\lambda} \left(\frac{d\psi_s}{dy} \right)^2 dy \right\}_{y=\lambda_1} \quad (6)$$

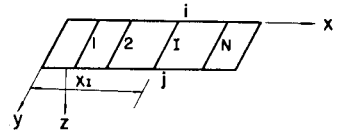


図-4

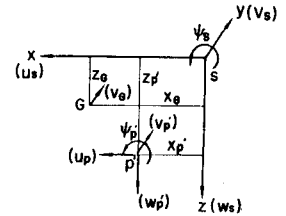


図-5

ここに、 A' , EI'_x , EI'_z , EI'_w , GK' はI番目の横補剛材の断面積, λ , λ 軸まわりの曲げ剛性, 曲げねじり剛性, サンパニンのねじり剛性である。接合点でのそりを微小と仮定すると, $\psi_s = \psi_p$, $V = V_p - (z - z_G) \frac{dW_s}{dz} - (\lambda - \lambda_G) \frac{dU_s}{dz}$, $U = U_s - \psi_s z$, $W = W_s + \psi_s x$ の関係があり(図-5参照), 補剛材の取付点では板と同一の変位であるから, $W_p' = \sum \{\phi(\psi)\} \cdot \{W_m\}^T \sin m\pi x_1 / a$, $\psi_p' = \partial W_p' / \partial x$ であり, これらの関係を式(6)に代入して, U_{TSI} が求まる。横補剛材全体のポテンシャルエネルギー U_{TS} は, $U_{TS} = \sum U_{TSI}$ となる。ポテンシャルエネルギーの停留化を行えば、

$$\{f\}_m = [K_{TS}] \{u\}_m \quad (7)$$

となる。ここに、 $\{f\}_m$, $\{u\}_m$ は式(3)と同様のものであり, $[K_{TS}]$ =横補剛材の剛性マトリックス。

3. 計算例

図-6は幅**b**, 長さ**a**の長方形の中央に横補剛材を1本有する一様圧縮を受ける補剛板の座屈係数とアスペクト比の関係を示している。境界条件は周辺単純支持である。残留応力を有する場合は $b/t = 100$ に対して示されている。図-7は, アスペクト比 $\alpha = 0.6, 2.8$ および 3.6 のときのモードを, また, 図-8はアスペクト比 $\alpha = 2.7$ および 2.9 のときのモードを, 横補剛材のねじり剛性を考慮した場合と無視した場合について示されている。これらの図より, 明らかにねじり剛性の影響が認められる。

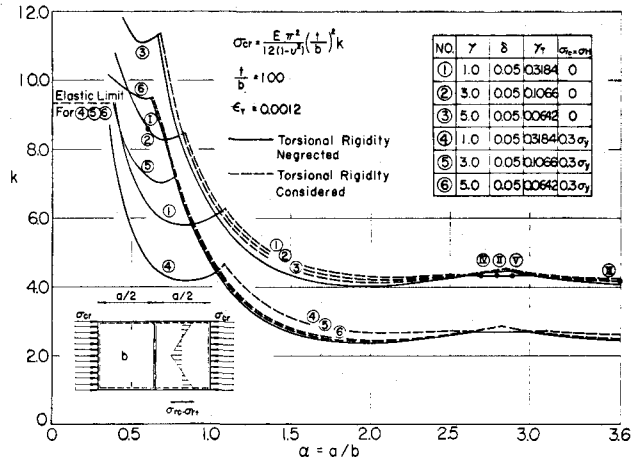


図-6

4. むすび

有限帯板要素法による縦横補剛材を有する板の座屈解析法を示し, 最も簡単な中央に1本の補剛材を有する板の座屈に関し, ねじり剛性の影響を示した。さらに複雑な補剛版および非弾性座屈の計算例に関しては当日発表する。

参考文献

吉田宏一郎, 岡徳明: 帯板要素による平板構造の曲げ解析, 日本造船学会論文集, No. 132,

1973年。

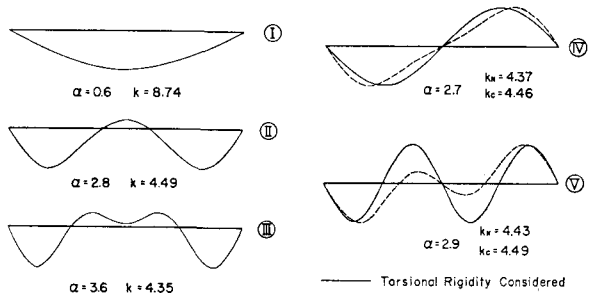


図-7

図-8