

名城大学理工学部 正員 久保全弘
名古屋大学工学部 正員 福本啓士

1. まえがき

先に発表した文献¹⁾では溶接組立による鋼U形断面桁の純曲げによる横倒れ座屈実験を行い、荷重一変形性状、崩壊形、曲げ耐荷力などについて調べた。その結果、U形断面桁の横倒れ耐荷力を支配する崩壊機構として、圧縮フランジの固定点間にによる横ねじり座屈形式と桁断面全体の横倒れ座屈形式とやえられた。本報告では、これらの座屈形式の相關関係を明らかにするために、板要素の局部座屈と部材の全体座屈との曲げ座屈による連成座屈解析を行った。

2. 解析方法

(1) 解析上の仮定 i) 純曲げを受ける直線等断面桁とする。ii) 材料の応力ひずみ関係は線形とする。iii) 断面内の曲げにともなうせん断変形は無視する。iv) 断面を構成する板要素間の接合角度は不变とする。v) 断面内の任意点の変位は、はり理論による変位成分と板曲げ理論による変位成分との重ね合せであるとする。

(2) 基本式 図-1に示すように、U形断面桁の全体座標系をとり、はり理論による変位成分を考える。また、図-2のように板要素の局部座標系をとり、板曲げ理論による変位成分を考える。さらに、U形断面を構成する板要素は図-3のような板幅 b_p をもつ薄板要素に分割して取り扱う。

桁の座屈形の全ポテンシャルエネルギー Π_p は内部ひずみエネルギー V と外力の位置エネルギー W との和によって与えられる。

$$\Pi_p = V + W \quad (1)$$

ここで、仮定vi)より、断面内の任意点Qの変位は

$$U_Q = U^B + U^P, \quad \dot{U}_Q = \dot{U}^B + \dot{U}^P \quad (2)$$

によって表わす。内部ひずみエネルギー V は各変位成分の連成項を無視すると、通常のはり理論による桁のひずみエネルギー V^B と板曲げ理論による板曲げひずみエネルギー V^P との和によって近似的に表わせる²⁾。すなわち、

$$V = V^B + V^P \quad (3)$$

$$V^B = \frac{1}{2} \int_0^L [B_y U_o''^2 + C_w \phi''^2 + C_t \phi'^2] dz$$

$$V^P = \sum_p \frac{b_p}{2} \int_0^{l_p} \int_0^{l_p} [(W_{p,22} + W_{p,33})^2 - 2(j-v)(W_{p,22}W_{p,33} - W_{p,23}^2)] dz dz$$

ここに、 B_y は板幅、 v はボアソン比であり、また W_p は薄板要素の板曲げ変位関数、 \sum_p は左右の上フランジと腹板、および下フランジの薄板要素について総和することを意味している。次に、外力の位置エネルギー W は

$$W = - \int_A \sigma \Delta L dA \quad (4)$$

ここに、 σ 、 ΔL は薄断面の微小断面dAに働く曲げによる垂直応力($\sigma = \frac{M_x}{I_x} Y$)、およびその点での細帯片の伸縮量をそれぞれ表わしている。式(4)に式(2)を代入し、整理すると次式がえ

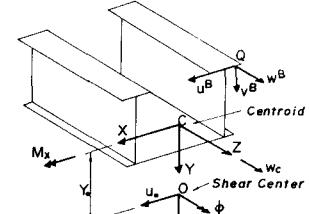


図-1

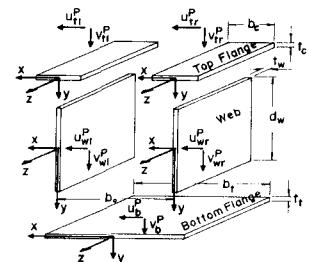


図-2

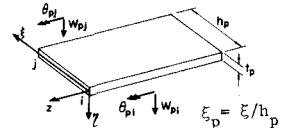


図-3

$$W = W^B + W^P + W^{BP} \quad (5)$$

$$W^B = \frac{1}{2} \int_0^L [-2M_x U_o \phi' + M_x B_x \phi'^2] dz$$

$$W^P = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{l_p} \sigma \left[\left(\frac{du^P}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv^P}{dz} \right)^2 \right] da dz$$

$$W^{BP} = \int_0^L \int_0^{l_p} \sigma \left[\left(\frac{du^B}{dz} \right) \left(\frac{du^P}{dz} \right) + \left(\frac{dv^B}{dz} \right) \left(\frac{dv^P}{dz} \right) \right] da dz$$

(3) 座屈形の仮定 純曲げを受ける桁のせん断中心に関する横倒れ変形量を次式によって仮定する。 $U_o = \sum_{n=1}^{\infty} U_n f_n(z)$, $\phi = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n f_n(z)$ — (6)

ここに、両端単純支持桁では、 $f_n(z) = \sin n\pi z/L$ 、両端固定支持桁では、 $f_n(z) = 1 - \cos 2n\pi z/L$ である。

図-3に示す薄板要素における変位関数 w_p の近似式として、次式を仮定する。

$$w_p = (1 - 3\xi_p^2 + 2\xi_p^3) w_{pi} + (\xi_p - 2\xi_p^2 + 3\xi_p^3) b_p \theta_{pi} + (3\xi_p^2 - 2\xi_p^3) w_{pj} + (-\xi_p^2 + 3\xi_p^3) b_p \theta_{pj} \quad (7)$$

$$\text{ここで}, W_{pi} = \sum_{n=1}^{\infty} W_{pin} f_n(x), \theta_{pi} = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{pin} f_n(x), W_{pi} = \sum_{n=1}^{\infty} W_{pn} f_n(x), \theta_{pi} = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{pn} f_n(x)$$

(4) 座屈条件式 式(6), (7)の変位関数を式(1)に代入して全ボテンシャルを求め、停留化を行い、一般的な有限要素法と同様に板曲げ節線の変位の拘束条件を考慮して全要素にわたって重ね合せることにより、座屈条件式が得られる。

$$[K]\{R\} - \lambda [K_g]\{R\} = 0 \quad (8)$$

3. 解析結果と考察

数値計算は図-4に示すU形断面寸法からなる単純支持柱について行った。図-4は縦軸に座屈モーメント M_{cr} 、横軸に桁長さ L_e をとって、腹板間隔を $b_0 = 0.5m \sim 2.5m$ と変化させた場合の座屈曲線を示している。図中の実線は断面不变とした場合の横座屈曲線であり、印を付した実線が無補剛筋に対して求めた建成座屈曲線である。数値計算では、左右の圧縮フランジを2等分割つつ、左右の腹板を4等分割つつ、引張フランジを6等分割し、合計18箇の腹板要素を考えた。また、変位関数の三角級数項は $n=6$ までとて検討した。図中の腹板間隔 $b_0 = 2m$ の座屈曲線において、桁長さの変化とともに見えてきた典型的なU形横断面の座屈モードを描くと図-5のようである。この座屈曲線は桁長さの短い範囲ではモード(a)の腹板座屈によって支配され、これに対して長い範囲ではモード(c)の横倒れによる全体座屈によって支配されている。また、両者の中间ではモード(b)の圧縮フランジの横ねじり座屈によって支配されていることがわかる。図-4の一見鎮線で示す水平線は圧縮フランジの水平曲げ剛度およびねじり剛度を考慮した場合の腹板の最小曲げ座屈強度である。この引張フランジを固定とみなした腹板座屈強度によく精度よく推定できるようである。腹板間隔 b_0 が大きくなると、腹板の曲げ応力分布が不利となり、腹板座屈強度は低下している。図-6は腹板の幅厚比 d_w/t_w が全体座屈におよぼす影響を調べたものである。強度低下は腹板の幅厚比が $d_w/t_w > 200$ 程度になると大きくなっている。図-7は腹板と下フランジに対する補剛材が断面変形とともに全體座屈におよぼす効果を調べたものである。縦軸には座屈モーメント M_{cr} をとり、横軸に補剛材の曲げ剛度と腹板あるいは下フランジの曲げ剛度との比 γ_b, γ_d をとって表わしてある。この図から、全體座屈の断面変形を防止するためには、下フランジに補剛材を配置するよりも、左右の腹板に対する鉛直補剛材を配置した方が効果があることわかる。したがって、実際の軒樋構造では鉛直補剛材が桁高さ程度の間隔で配置されることを考えると、横倒れによる全體座屈に対する断面変形の影響はほとんど無視できると思われる。

4. あとがき

本研究では板要素の断面変形を考慮した場合のエネルギー近似式を導き、これに有限要素法を適用して曲げ弹性座屈解析を行った。そして、U形断面柱の曲げ圧縮による板要素の局部座屈と横倒れによる全體座屈との相関曲線を求めることができた。
 参考文献 1) 久保・福本：U形断面柱の曲げ座屈実験、第30回土木学会年次学術講演概要集。
 2) Rajasekaran, S. and Murray, D. M., "Coupled Local Buckling Wide-Flange Beam-Columns," Proc. ASCE, Vol. 99, ST6, 1973.

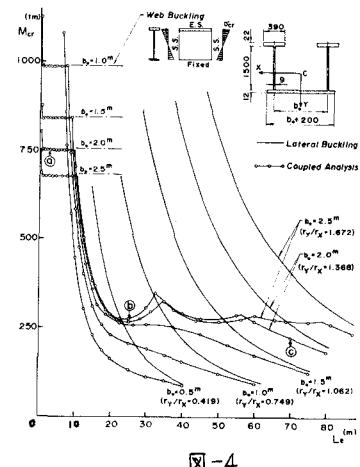


図-4

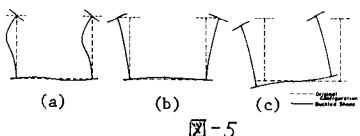


図-5

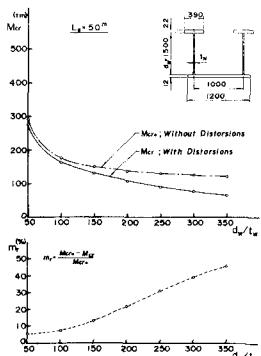


図-6

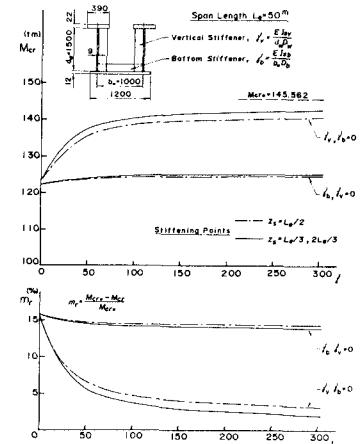


図-7