

まえがき 円筒シエルは断面の対称性に伴う製作上の容易さおよび幾何学的特性ゆえに、各種の構造用材料としても使用されている。この場合部材間の接合部に於いて応力集中が起る。これが構造物全体の耐力におよぼす影響が大きい。本研究では図-1に示してあるような折れ曲り部分を有する円筒シエルの両端に偶力を作用させた場合の応力解析を行い、折れ曲り部分近傍における応力の集中傾向を検討した。

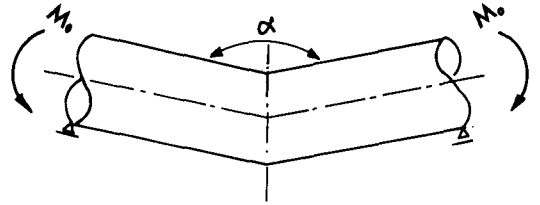


図-1 円筒シエル折れ曲り部分

解析方法 図-2に示してある (ξ, θ) 直交座標系を用いれば、曲面板の曲げ理論に従う一般解は、式(1)のように求められる⁽¹⁾。

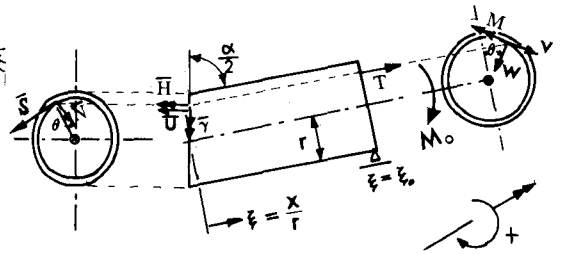


図-2 断面に生じる応力および変形

$$\begin{aligned} \bar{u} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{j=1}^2 \{ & e^{-p_j \xi} (m C_{1j} \sin q_j \xi + m C_{2j} \cos q_j \xi) \\ & + e^{p_j \xi} (m C_{3j} \sin q_j \xi + m C_{4j} \cos q_j \xi) \} \cos m\theta \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} A_i \xi^i \cos m\theta \end{aligned} \quad (1)$$

(ただし $m=0, 1$ の場合は $j=1$ のみをとる, $p_j, q_j > 0$)

式(1)における p_j, q_j は円筒の断面特性によって定まる定数であり、 C, A は境界条件により定まる未定定数である。変位および応力は、(1)式を ξ, θ で微分することにより求められる。

境界条件は、円筒右端では単純支持とし、偶力を作用させたときとすると次式となる。

$$\xi = \xi_0: v = w = 0, T = T_0 \cos \theta, M = 0 \quad (2)$$

(ただし、 v, w : 円筒周方向および半径方向変位、 T, M : 板厚断面単位長さ当たりの合引張力および断面曲げモーメント) 一方折れ曲り部分境界線上においては、

$$\xi = f(\theta): \bar{s} = \bar{N} = \bar{H} = 0, \bar{u} = \bar{r} = 0 \quad (3)$$

(ただし、 $f(\theta)$: 折れ曲り部分の境界線座標、 $\bar{s}$: 折れ曲り部分断面内の円周方向応力、 $\bar{N}$: 同面内の $\bar{s}$ に直角方向応力、 $\bar{H}$: 同面に垂直な方向のねじりモーメント、 $\bar{u}$: 同面に垂直方向変位、 $\bar{r}$: 境界線方向のねじり角。

回転の方向については、図-2に示すごとく、右ねじの進む方向を正の方向とした。以上の諸量は図-2に示す) 右端境界条件式(2)は、 $\xi = \xi_0$ 断面上にあり、適当な座標移動により式(3)とは独立に与えることができる。つまり式(1)において、 $m \geq 2$ における散数項 $e^{p_j \xi}$ にかかる係数は零とし、 $m=0, 1$ に対しては、それだけ式(2)を満足させる条件を与える。従って式(1)で m 項までとったとき、 $8m$ の未定定数を定める必要があるが、右端の条件より $4m$ の式が得られることになる。実際には 4 の定数が得られれば零である。残りの未定定数は $4m$ あり、これらは折れ曲り部分の境界条件式(3)により定められる。折れ曲り部分の境界線は、 $\xi = \text{一定}$ とした線上にはない。それゆえこの境界線上で選んだ点上で式(3)を満足するような条件を与える「選点法」を用いた⁽²⁾。このようにすると式(3)から1つの選点で5つの条件式が与えられ、 n 点選べば、 $5n$ の条件式が与えられることになる。以上のことから $5n$ の条件式より、 $4m$ の未定定数を決定するこ

となる。一般的には $n \geq m$ とし、最小2乗法を用いて未定定数を求める。解の精度は、折れ曲り部分の境界線上で式(3)がどの程度満足されているかを検討することにより判断できる。

計算結果および考察 ポアソン比0.3、板厚と円筒直径の比 $t/d=0.1$ の場合につき、交角 α を変化させた結果を図示する。計算に当っては $\alpha=180^\circ, 170^\circ, 160^\circ$ のそれぞれに対し $m=3, 7, 9$ および $n=5, 13, 15$ を選んだ。図-3は $\alpha=160^\circ$ の場合の断面変形を示したものである。折れ曲り部分の断面が上下に延び、断面全体が細くなる傾向にある。図-4は横軸にパイプ軸方向座標(長さを半径で割って無次元化したもの)をとった。縦軸には応力集中率(円筒外面の縁応力度を梁理論より求まる縁応力度で割ったもの)をとった。鋭角部($\theta=0^\circ$)に応力集中が起り、交角 α の影響がかなり大きい。図-5は面内引張応力 T と、断面曲げモーメント M の応力集中率におよぼす影響を示した。断面曲げモーメントによる応力集中率 ρ_M の影響が大きい。なお鋭角部($\theta=180^\circ$)では断面曲げモーメント M の影響で外面の縁応力度は逆に小さくなっている。

応力集中は、折れ曲り部分の位置から円筒軸方向に半径程度離れたところへ解消する。

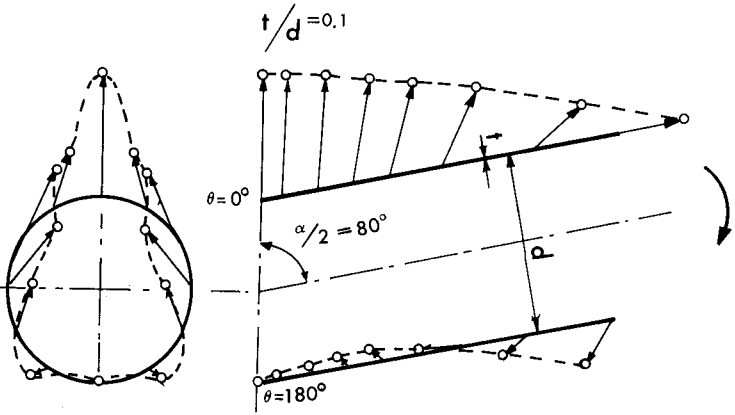


図-3 断面の変形形状

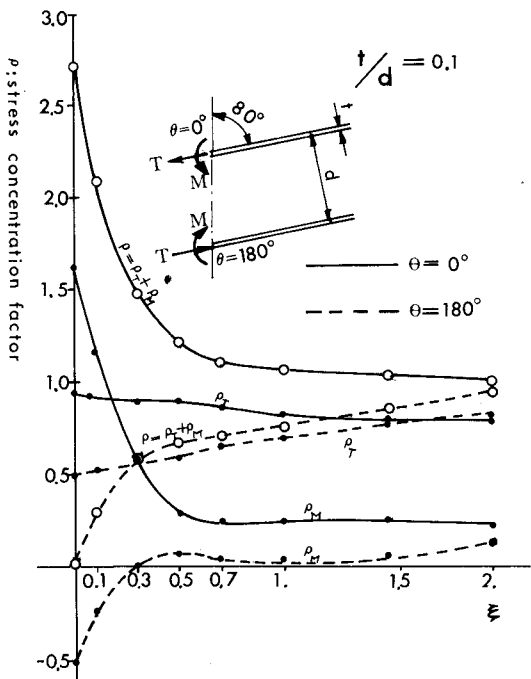
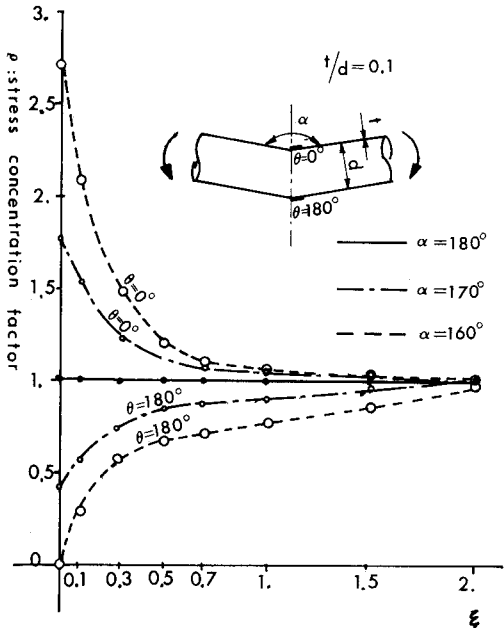


図-4. 交角が変化した場合の応力集中率

図-5 引張応力および断面曲げモーメントの応力集中率におよぼす影響

参考文献: (1) A.L. Goldenveizer: "Theory of Elastic Thin Shells" Pergamon Press, New York, 1961
(2) 板橋 昭:「剛体円柱に斜交する薄肉円筒管の選点法による応力解析」土木学会第29回年次学術講演会概要集, 1974