

関西大学工学部 正会員 ○三 上 市 藏  
 関西大学工学部 正会員 米 沢 博  
 関西大学工学部 正会員 森 沢 敬 文

**まえがき** アーチ部材のフランジや縦断勾配またはテーパを有する箱桁のフランジ、あるいは曲線プレートガーダーおよび曲線箱桁の腹板などはその面外に曲率を有しており、円筒パネルとみなすことができる。これら円筒パネルはその円周方向に面内力を受けているので、曲率の影響を考慮に入れた解析を行なう必要がある。先に<sup>1)</sup>箱形断面曲がりばりに曲げまたは曲げと軸力が作用する場合の円筒状フランジを想定し、円筒パネルが円周方向に圧縮力を受ける場合について準線形シエル理論に基づいて応力解析を行なった。円筒シエルがその円周方向に面内力を受ける場合は、とくに非線形性が著しいと考えられるので、今回は Washizu<sup>2)</sup>の薄いシエルに対する非線形理論に基づいて解析する。

**基礎方程式** 図-1に示すような弧に沿った長さ  $a$ 、幅  $b$ 、厚さ  $t$ 、曲率半径  $R$  の等方性円筒パネルを考える。座標軸を図-1のようにとり、断面力および変位の正の方向を図-2のように定義する。

(1) 中立面の線形ひずみ

$$\varepsilon_x = u_{,x} \quad ; \quad \varepsilon_y = v_{,y} - \frac{w}{R} \quad ; \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} [u_{,y} + v_{,x}] \quad (1)$$

(2) 回転

$$\phi_x = w_{,x} \quad ; \quad \phi_y = w_{,y} + \frac{v}{R} \quad ; \quad \phi = \frac{1}{2} [v_{,x} - u_{,y}] \quad (2)$$

(3) 中立面の非線形ひずみ

$$\left. \begin{aligned} e_x &= \varepsilon_x + \frac{1}{2} [ \varepsilon_x^2 + (\varepsilon_{xy} + \phi)^2 + \phi_x^2 ] \\ e_y &= \varepsilon_y + \frac{1}{2} [ (\varepsilon_{xy} - \phi)^2 + \varepsilon_y^2 + \phi_y^2 ] \\ e_{xy} &= \varepsilon_{xy} + \frac{1}{2} [ \varepsilon_x (\varepsilon_{xy} - \phi) + \varepsilon_y (\varepsilon_{xy} + \phi) + \phi_x \phi_y ] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(4) 曲率の変化量

$$\left. \begin{aligned} \kappa_x &= \phi_{x,x} \\ \kappa_y &= \phi_{y,y} \\ \kappa_{xy} &= \frac{1}{2} [ \phi_{x,y} + \phi_{y,x} + \frac{1}{R} (\varepsilon_{xy} + \phi) ] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(5) 断面力

$$\left. \begin{aligned} N_x &= B [ e_x + \nu e_y ] \\ N_y &= B [ e_y + \nu e_x ] \\ N_{xy} &= N_{yx} = B (1-\nu) e_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (5) \quad \left. \begin{aligned} M_x &= -D [ \kappa_x + \nu \kappa_y ] \\ M_y &= -D [ \kappa_y + \nu \kappa_x ] \\ M_{xy} &= M_{yx} = -D (1-\nu) \kappa_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ただし、 $B = Et/(1-\nu^2)$  ;  $D = Et^3/12(1-\nu^2)$  ;  $E$  = 弾性係数 ;  $\nu$  = ポアソン比。

(6) 力のつりあい。

$$\left. \begin{aligned} N_{x,x} + N_{yx,y} + [N_x \varepsilon_x + N_{xy} (\varepsilon_{xy} - \phi)]_{,x} + [N_{yx} \varepsilon_x + N_y (\varepsilon_{xy} - \phi)]_{,y} &= 0 \\ N_{y,y} + [N_{xy} - \frac{1}{R} M_{xy}]_{,x} - \frac{1}{R} Q_y + [N_x (\varepsilon_{xy} + \phi) + N_{xy} \varepsilon_y]_{,x} \\ + [N_{yx} (\varepsilon_{xy} + \phi) + N_y \varepsilon_y]_{,y} - \frac{1}{R} [N_{yx} \phi_x + N_y \phi_y] &= 0 \\ Q_{x,x} + Q_{y,y} + [N_x \phi_x + N_{xy} \phi_y]_{,x} + [N_{yx} \phi_x + N_y \phi_y]_{,y} + \frac{1}{R} [N_y + N_{yx} (\varepsilon_{xy} + \phi) + N_y \varepsilon_y] &= 0 \\ Q_x &= M_{x,x} + M_{yx,y} \\ Q_y &= M_{y,y} + M_{xy,x} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

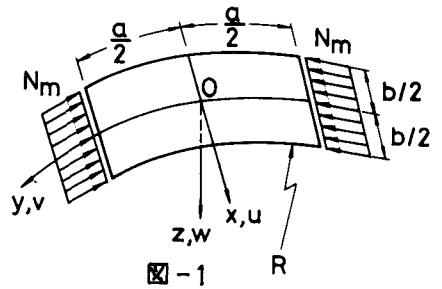


図-1

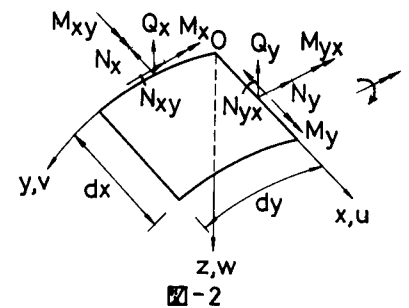


図-2

作用荷重による初期面内力

$$N_{x0} = 0 \quad ; \quad N_{y0} = -N_m \quad ; \quad N_{xy0} = 0 \quad (8)$$

によって膜応力状態で変位したのち、付加変位  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{w}$  が生ずるものとする、面内力と変位は

$$N_x = N_{x0} + \bar{N}_x \quad ; \quad N_y = N_{y0} + \bar{N}_y \quad ; \quad N_{xy} = N_{xy0} + \bar{N}_{xy} \quad (9)$$

$$u = u_0 + \bar{u} \quad ; \quad v = v_0 + \bar{v} \quad ; \quad w = \bar{w} \quad (10)$$

と表わせる。ここに、 $u_0, v_0$  は

$$N_{x0} = B[u_{0,x} + \nu v_{0,y}] \quad ; \quad N_{y0} = B[v_{0,y} + \nu u_{0,x}] \quad ; \quad N_{xy0} = B(1-\nu)[u_{0,y} + v_{0,x}] \quad (11)$$

を満足する変位でつぎのようになる。

$$u_0 = \nu N_m x / Et \quad ; \quad v_0 = -N_m y / Et \quad (12)$$

式(7)から  $Q_x, Q_y$  を消去し、式(8), (9) を代入し、微小項を無視すると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{N}_{x,x} + \bar{N}_{xy,y} - N_m(\epsilon_{xy,y} - \phi_{,y}) + [\bar{N}_x \epsilon_{x,x} + \bar{N}_{xy}(\epsilon_{xy,x} - \phi_{,x} + \epsilon_{x,x}) + \bar{N}_y(\epsilon_{xy,y} - \phi_{,y})] &= 0 \\ \bar{N}_{y,y} + \bar{N}_{xy,x} - \frac{1}{R}(M_{y,y} + 2M_{xy,x}) - N_m(\epsilon_{y,y} - \phi_{,y}/R) \\ + [\bar{N}_x(\epsilon_{xy,x} + \phi_{,x}) + \bar{N}_{xy}(\epsilon_{y,x} + \epsilon_{xy,y} + \phi_{,y} + \phi_{,x}/R) + \bar{N}_y(\epsilon_{y,y} - \phi_{,y}/R)] &= 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} - N_m(\frac{1+\epsilon_y}{R} - \phi_{,y}) + \frac{1}{R}\bar{N}_y \\ + [\bar{N}_x \phi_{,x} + \bar{N}_{xy}(\phi_{,x} + \phi_{,y} + \epsilon_{xy}/R + \phi/R) + \bar{N}_y(\phi_{,y} + \epsilon_y/R)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Flügge<sup>3)</sup>, Budiansky<sup>4)</sup> は座屈や small perturbation の場合、上式の [ ] 内を無視しているが、その場合、式(13)は線形関係式になり、式(6)による非線形性のみが残る。Kármán-Tsien<sup>5)</sup> も同様の取扱いをしているが、Langhaar<sup>6)</sup>, Chu-Turula<sup>7)8)9)</sup>, Hsueh<sup>10)</sup> らは [ ] 内の若干項を残し、非線形関係式としている。

**境界条件** 面外変形に対する境界条件としては、周辺で単純支持されているものとする。面内変形に関する境界条件はつぎのように考える。 $y = \pm a/2$  にははりももしくは隔板などが配置されているものとし、付加変位  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  は生じないものとする。 $x = \pm b/2$  では腹板による拘束のため長手方向の付加変位は生じず、かつ母線方向には応力が生じないものとする。したがって境界条件はつぎのようになる。

1)  $x = b/2$  において

$$\bar{w} = \bar{w}_{,xx} = 0 \quad ; \quad \bar{u}_{,x} = 0 \quad (\because \bar{N}_x = 0) \quad ; \quad \bar{v} = 0 \quad (14)$$

2)  $y = a/2$  において

$$\bar{w} = \bar{w}_{,yy} = 0 \quad ; \quad \bar{u} = 0 \quad ; \quad \bar{v} = 0 \quad (15)$$

また、対称性により 1/4 領域のみを解析の対象にすればよいので、つぎのような対称条件を考慮する。

3)  $x = 0$  に対して

$$\bar{w}(x) = \bar{w}(-x) \quad ; \quad \bar{u}(x) = -\bar{u}(-x) \quad ; \quad \bar{v}(x) = \bar{v}(-x) \quad (16)$$

4)  $y = 0$  に対して

$$\bar{w}(y) = \bar{w}(-y) \quad ; \quad \bar{u}(y) = \bar{u}(-y) \quad ; \quad \bar{v}(y) = -\bar{v}(-y) \quad (17)$$

1) 三上・森沢・米沢：薄肉曲線部材の円筒フランジの応力，土木学会年次学術講演会，1975-10.

2) Washizu, K.: Variational Methods in Elasticity and Plasticity, 2nd ed., Pergamon Press, 1975.

3) Flügge, W.: Stresses in Shells, 2nd ed., Springer-Verlag, 1973.

4) Budiansky, B.: Notes on nonlinear shell theory, J. Appl. Mech., 35, 2, June, 1968, pp.393-401.

5) Kármán, T.V. & Tsien, H.S.: J. of Aeronautical Sciences, 8, 8, June, 1941, pp.303-312.

6) Langhaar, H.L.; Applied Mech. Reviews, 11, 11, Nov., 1958, pp.585-588.

7) Chu, K.H. & Turula, P.: Proc. ASCE, 96, EM6, Dec., 1970, pp. 877-894.

8) Chu, K.H. & Turula, P.: ibid, pp.1143-1156. 9) Turula, P. & Chu, K.H.: ibid, pp.1125-1142.

10) Hsueh, P.S. & Chajes, A.: Proc. ASCE, 97, EM3, June, 1971, pp.919-933.