

北海道大学 正員 三上 隆

北海道大学 正員 芳村 仁

(1) まえがき 寒冷地における種々の円筒形タンクとかLNGタンクなどにおいては内外の温度差による応力が十分に検討されなければならない。本報告は弾性床上の底盤、側壁よりなる弾性床上的円筒形タンクの温度応力の解析を行ったものである。この種の解析例はあまり報告されていないようであり、本報告は有限要素法(FEM)による定式化を行い、温度分布、地盤反力係数などが断面力にどのような影響を与えるかを検討したものである。

(2) 解析方法 解析にあたって、変形、温度分布は底盤の中心に対し軸対称分布とし等方性材料を仮定する。以下弾性床上の底盤の剛性ストリップス、熱荷重について説明する。底盤要素(図-1)の変位関数として  $u = (1 - R^2/2)u_i + (R^2/2)u_j = H_p W_p$   
 $w = (1 - 3R^2/4 + R^3/4)w_i + b(R - R^2 + R^3/4)\theta_i + (3R^2/4 - R^3/4)w_j$   
 $+ b(R^3/4 - R^2/2)\theta_j = H_b W_b$  ①  $\llcorner \llcorner R = (r - r_i)/b, b = (r_j - r_i)/2$

$$W_p = \{u_i; u_j; \theta_i; \theta_j; w_i; w_j; \theta_i; \theta_j\}^T, H_p = \begin{bmatrix} 1 - R^2/2 & R^2/2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_b = \begin{bmatrix} (1 - 3R^2/4 + R^3/4) & b(R - R^2 + R^3/4) & (3R^2/4 - R^3/4) & b(R^3/4 - R^2/2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

底盤内の任意点の応力-ひずみ関係は

$$\sigma = E \epsilon^* = E(\epsilon_p - \alpha \epsilon_T + \epsilon_T) \text{ --- ③}$$

$$\llcorner \llcorner \llcorner \epsilon = \{\epsilon_r; \epsilon_\theta; \epsilon_z\}^T, \epsilon_p = \{\epsilon_r; \epsilon_\theta; \epsilon_z\}^T = \left\{ \frac{\partial u}{\partial r}; \frac{u}{r}; \epsilon_z \right\}^T$$

$$\epsilon_b = \{\epsilon_r; \epsilon_\theta; \epsilon_z\}^T = \left\{ -\frac{\partial w}{\partial r}; \frac{2w}{r}; \epsilon_z \right\}^T, \epsilon_T = \{T; T; T\}^T$$

$$E = \begin{bmatrix} E_{rr} & E_{r\theta} \\ E_{r\theta} & E_{\theta\theta} \end{bmatrix}, E_{rr} = E_{\theta\theta} = \frac{E}{1 - \nu^2}, E_{r\theta} = \frac{\nu E}{1 - \nu^2}$$

さらに、 $E$ =弾性係数、 $\nu$ =ポアソン比、 $\alpha$ =温度膨張係数  
 $T$ =温度変化(初期無ひずみ無応力状態からの温度変化)

$$\text{断面力} = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_p & 0 \\ 0 & D_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_p \\ \epsilon_b \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_T \\ M_T \end{Bmatrix} \text{ --- ④}$$

$$\llcorner \llcorner \llcorner N = \{N_r; N_\theta\}^T, M = \{M_r; M_\theta\}^T, N_T = \{N_{rT}; N_{\theta T}\}^T$$

$$M_T = \{M_{rT}; M_{\theta T}\}^T, D_p = \begin{bmatrix} K & K_1 \\ K_1 & K \end{bmatrix}, D_b = \begin{bmatrix} D & D_1 \\ D_1 & D \end{bmatrix}$$

さらに、 $K = Eh/(1 - \nu^2), K_1 = \nu K, D = E/12(1 - \nu^2), D_1 = \nu D$

$$N_{rT} = N_{\theta T} = -\frac{E\alpha}{1 - \nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} T dz, M_{rT} = M_{\theta T} = -\frac{E\alpha}{1 - \nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} T z dz$$

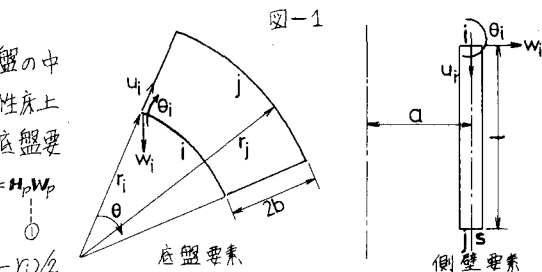
底盤のみのひずみエネルギーは

$$U = \frac{1}{2} \int_{r_i}^{r_j} \int_{-h/2}^{h/2} \epsilon^* \epsilon^* r dz dr$$

$$= \frac{1}{2} \int_{r_i}^{r_j} \left( \epsilon_p^* D \epsilon_p + 2 \epsilon_p^* Q_T + \epsilon_T^* Q_T \right) r dr + \frac{1}{2} \int_{r_i}^{r_j} \int_{-h/2}^{h/2} \epsilon_T^* \epsilon_T r dz dr$$

$$\llcorner \llcorner \llcorner \epsilon = \begin{Bmatrix} \epsilon_p \\ \epsilon_b \end{Bmatrix}, D = \begin{bmatrix} D_p & 0 \\ 0 & D_b \end{bmatrix}, Q_T = \begin{Bmatrix} N_T \\ M_T \end{Bmatrix}$$

地盤反力によるエネルギーは、水平地盤反力係数、鉛直地盤反力係数をそれぞれ、 $E_{sh}, E_{sv}$  とすると \*



$$* U_s = \frac{1}{2} W^T \left( \int_{r_i}^{r_j} \int_{-h/2}^{h/2} (H^T E_s H) r dz dr \right) W \text{ --- ⑤}$$

$$\llcorner \llcorner W = \{u_i; u_j; w_i; w_j; \theta_i; \theta_j\}^T$$

$$E_s = \begin{bmatrix} E_{sh} & 0 \\ 0 & E_{sv} \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} H_p & 0 \\ 0 & H_b \end{bmatrix}$$

弾性床土底盤要素のひずみエネルギーは⑤を④に加え  
 た次式で表わされる。 $\epsilon = BW = \begin{bmatrix} H_p \\ D_b \end{bmatrix} W$  より

$$U = \frac{1}{2} W^T \left( \int_{r_i}^{r_j} \int_{-h/2}^{h/2} (B^T D B + H^T E_s H) r dz dr \right) W$$

$$+ W^T \left( \int_{r_i}^{r_j} \int_{-h/2}^{h/2} B^T Q_T r dz dr \right) + \frac{1}{2} \int_{r_i}^{r_j} \int_{-h/2}^{h/2} \epsilon_T^* \epsilon_T r dz dr \text{ --- ⑦}$$

最小ポテンシャルエネルギーの原理より

$$\frac{\partial U}{\partial W} = \left( \int_{r_i}^{r_j} \int_{-h/2}^{h/2} (B^T D B + H^T E_s H) r dz dr \right) W + \int_{r_i}^{r_j} \int_{-h/2}^{h/2} B^T Q_T r dz dr \text{ --- ⑧}$$

上式より、剛性ストリップス $K$ 、温度分布による等価な集中力 $F_T$ は次の様に表わされる。

$$K = \int_{r_i}^{r_j} \int_{-h/2}^{h/2} (B^T D B + H^T E_s H) r dz dr \text{ --- ⑨}$$

$$F_T = \int_{r_i}^{r_j} \int_{-h/2}^{h/2} B^T Q_T r dz dr \text{ --- ⑩}$$

なお、温度分布( $T$ )は板厚方向、 $r$ 方向に直線変化するとし次式を用いる。

$$T = (a_1 + a_2 z)(Rb + r_i) + (a_3 + a_4 z) \text{ --- ⑪}$$

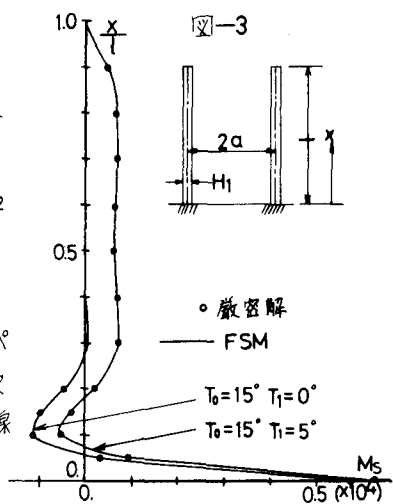
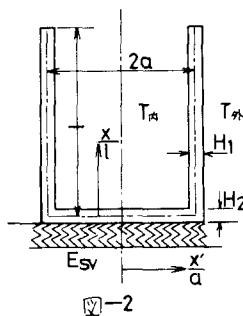
$\llcorner \llcorner a_1 \sim a_4$ は要素の両端( $i, j$ 点)での板の上下面の温度分布より求められる定数である。

側壁(図-1)については、変位関数として軸方向に一次、半径方向に3次関数を仮定し底盤と同様な手順により、剛性ストリップス、熱荷重が得られる。

(3) 計算例 図-2に示す構造において、 $E = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$   
 $\nu = 1/6, \alpha = 10^{-5}$ , 側壁の高さ $h = 1530 \text{ cm}$ , 半径 $a = 800 \text{ cm}$ .

側壁の厚さ  $H_1=25\text{cm}$  とし、底盤部は80分割。

側壁は120要素に分割し解析をする。図-3は下端固定の円筒形タンクの断面力( $M_s$ )を厳密解<sup>3)</sup>とFSMとの解を比較したもので、両者とも誤差なく一致している。図中の  $T_0$ ,  $T_1$  は内外の平均温度変化  $T_0=(T_{in}+T_{out})/2$ , 温度差  $T_1=T_{out}-T_{in}$  を表わしており、以下の図でも同じ記号を用いる。図-4は弾性床上の円筒形



タンクを  $E_{sv}=2\text{kg/cm}^2$ ,  $E_{sh}=0$ , 底盤の厚さ  $H_2=25\text{cm}$ ,  $T_0=15^\circ$  とし,  $T_1$  をパラメータとして内外の温度差の影響を底盤については  $M_s$ , 側壁については  $M_r$  を図示したもので、図中には静水压荷重によるものも合わせて点線で図示してある。底盤、側壁の結合点で大きな値を示している。

図-5は鉛直地盤反力係数  $E_{sv}$  をパラメータにとり,  $T_0=15^\circ$ ,  $T_1=5^\circ$ ,  $H_1=H_2=25\text{cm}$  のときの断面力( $M_r$ ,  $M_s$ )に与える影響を図示したもので、底盤部及び側壁下端部にその影響が現われている。

図-6には  $E_{sv}=2\text{kg/cm}^2$ ,  $T_0=15^\circ$ ,  $T_1=5^\circ$ ,  $H_1=25\text{cm}$  とし底盤の厚さ  $H_2$  の変化の影響を示しており、図-5と同様に底盤部と側壁下端部にその影響がでている。

図-7はタンクの内側で温度  $T$  が下端で  $12.5^\circ$ 、上端で  $17.5^\circ$  と直線的に変化するときの断面力( $M_r$ ,  $M_s$ )を示したもので、図中には  $T_0=12.5^\circ$ ,  $T_0=17.5^\circ$  の値も示してある。

#### (4) 参考文献

- 1) M.S. CHEUNG, Y.K. CHEUNG; Analysis of Curved Box Girder Bridges by Finite Strip Method, Publications IABSE, 31-I, 1971
- 2) 岩橋敏広, 松尾滋, 栗原孝雄, 薄肉円筒型要素を用いた有限要素法とその応用, 電研技研研ニ研究所報告 研究報告 71012
- 3) 酒井忠明; 壁厚が直線的変化する円筒形水槽の温度応力解法と計算図表, 土木学会誌, 74巻 第10号

