

北大工学部 学生員 高橋義裕
北大工学部 正員 能町純雄
北大工学部 正員 角田与史雄

1. ま え が き

鋼床版の研究には, Pelikan-Esslinger 等による Deck plate 縦リブからなる直交異方性版理¹⁾, Homberg 等による格子板理論²⁾があるが, これらのものと見方をかえ本論文では, 閉リブ鋼床版(図-1)の Deck plate に折板理論でモデル化し, 軸方向のたわみと横リブ区間で二次放物線と仮定し node の偏差分方程式を導出し, 和分変換理論によって解析する方法をとった。荷重として本論文では, Deck plate 中心に垂直に縦リブ上に荷重が作用する場合を考え, 境界条件としては, 周辺単純支持とした。

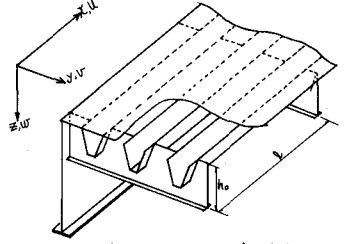


図-1 閉リブ鋼床版

2. 解 析 方 法^{3), 4)}

厚さ t の $(2r, 2H)$ 間の折板要素について軸方向剪断流 $\bar{t}$, 法線力 S , 断面方向の曲げモーメント M , 及び剪断力 X について次式を用いる(図-2)

$$\bar{t}_{2r, 2H} = \frac{1}{t} N (2\bar{u}_{2r} + \bar{u}_{2H}) + \frac{1}{h} (S_{2r, 2H} - S_{2H, 2r}) \quad \text{----- (1)}$$

$$\bar{t}_{2H, 2r} = \frac{1}{t} N (2\bar{u}_{2H} + \bar{u}_{2r}) - \frac{1}{h} (S_{2r, 2H} - S_{2H, 2r}) \quad \text{----- (2)}$$

$$S_{2r, 2H} = \frac{1}{t} N (\bar{u}_{2H} - \bar{u}_{2r}) + \frac{1}{2} G t (\bar{u}_{2H} + \bar{u}_{2r}) + \frac{1}{6} G t h (2\bar{u}_{2r} + \bar{u}_{2H}) \quad \text{----- (3)}$$

$$S_{2H, 2r} = \frac{1}{t} N (\bar{u}_{2H} - \bar{u}_{2r}) - \frac{1}{2} G t (\bar{u}_{2H} + \bar{u}_{2r}) - \frac{1}{6} G t h (2\bar{u}_{2H} + \bar{u}_{2r}) \quad \text{----- (4)}$$

$$M_{2r, 2H} = 2K (2\theta_{2r} + \theta_{2H} - \frac{3}{h} \Delta W_r) \quad \text{----- (5)} \quad M_{2H, 2r} = 2K (2\theta_{2H} + \theta_{2r} - \frac{3}{h} \Delta W_r) \quad \text{----- (6)}$$

$$X_{2r, 2H} = X_{2H, 2r} = -\frac{3}{h} K (\theta_{2r} + \theta_{2H} - \frac{3}{h} \Delta W_r) \quad \text{----- (7)}$$

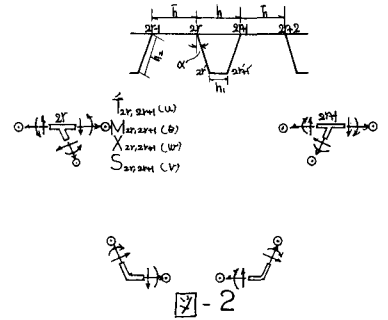


図-2

ここで $N = E t h$, $\nu = 0.0$, $K = \frac{E t^3}{12 h}$, $\bar{f} = \frac{d\bar{f}}{dx}$, $\nabla W_r = W_{2rH} + W_{2r}$, $\Delta W_r = W_{2H} - W_{2r}$, 他 の 要素 に関 しても 同様 の 式 を 得. 各 節 点 で 釣 り 合 い 式 を 求 め 節 点 $2r$ に 関 する 釣 り 合 い 式 と 節 点 $2H$ に 関 する 釣 り 合 い 式 と の 和 及 び 差 を 作 り 変 位 Δv_r と Δv_r ($\Delta v_r = \bar{v}_{2H} + \bar{v}_r$, $\Delta v_r = \bar{v}_{2H} - \bar{v}_r$) で 表 現 し, $\Delta W_r = 0$ を 考 慮 す る と 7 本 の 基 本 式 を 得 る.⁴⁾ 横 リ ブ と 縦 リ ブ と の 接 合 部 で の カ の 釣 り 合 い は 図-3 の 様 に 考 へ る. 7 本 の 基 本 式 を Galerkin 法 に よ り $\nabla \theta_{rs}$,

$\Delta \theta_{rs}$, $\nabla \bar{u}_{rs}$, $\Delta \bar{u}_{rs}$, $\nabla \bar{v}_{rs}$, $\Delta \bar{v}_{rs}$, ∇W_{rs} , ΔW_{rs} , ΔW_{rs} に 対 応 す る 10 本 の 偏 差 分 方 程 式 を 得 る が, こ こ へ は $\nabla \theta_{rs}$, $\nabla \bar{u}_{rs}$, $\nabla \bar{v}_{rs}$, ∇W_{rs} , ΔW_{rs} に 対 応 す る 式 の み を 示 す.

$\nabla \theta_{rs}$ に 対 応 :

$$(2K_2 f_1 - 12K_2 \alpha_1) \nabla W_{rs} - \frac{3}{h} K_r \nabla W_{rs} + \left(\frac{1}{h} K - 12K_2 \alpha_2 + 2K_2 f_2 \right. \\ \left. + \frac{3}{h} K (\Delta^2 + 4) \right) \Delta W_{rs} + \{ 6K + 4K_2 + 2K_2 f_3 + K (\Delta^2 + 6) \} \nabla \theta_{rs} - K_r \Delta \theta_{rs} = 0 \quad \text{----- (8)}$$

$\nabla \bar{u}_{rs}$ に 対 応 :

$$\frac{1}{12h} G t h \cos \alpha \Delta^2 (\Delta^2 \nabla \bar{u}_{rs-1} + 6 \nabla \bar{u}_{rs}) - \frac{1}{12h} G t h \cos \alpha \Delta_r (\Delta^2 \Delta \bar{u}_{rs-1} + 6 \Delta \bar{u}_{rs}) + \frac{1}{4} \cos \alpha \left[-\frac{1}{2} h_2 (N_1 + N_2) \cos \alpha \right. \\ \left. \times \Delta^2 \nabla \bar{u}_{rs-1} + \left(\frac{1}{2} h_2 (N_1 + N_2 + 2N_2) + \frac{1}{2} N h_2 (\Delta^2 + 6) \right) \Delta^2 \nabla \bar{u}_{rs-1} - \frac{1}{2} N h_2 \Delta_r \Delta^2 \Delta \bar{u}_{rs-1} + \frac{1}{4} G t h_2 \Delta_r \nabla W_{rs-1} \right] \\ - \frac{1}{2h} G t h_2 (\Delta^2 \nabla W_{rs-1} - \Delta_r \Delta W_{rs}) - \frac{1}{4} G t_0 (\Delta_r \nabla W_{rs} - \Delta_r \nabla W_{rs}) = \nabla P_{rs} + \nabla \bar{P}_{rs} \quad \text{----- (9)}$$

$\nabla \bar{v}_{rs}$ に 対 応 :

$$\frac{1}{2} G t \left[\frac{1}{12h} (\Delta^2 + 6) + \frac{1}{2h} \right] \Delta^2 \nabla \bar{v}_{rs-1} + \frac{1}{24} G t \Delta_r (\Delta^2 \nabla \bar{u}_{rs-1} + 6 \nabla \bar{u}_{rs}) - \frac{1}{24} G t \Delta_r^2 (\Delta^2 \Delta \bar{u}_{rs-1} + 6 \Delta \bar{u}_{rs}) \\ + \frac{1}{6} \left[\frac{1}{2h} N \Delta^2 + \frac{1}{h_2} K_2 (f_1 - 4\alpha_1) \sec \alpha \right] (\Delta^2 \nabla W_{rs-1} + 6 \nabla W_{rs}) + \frac{1}{h} K \ell \tan \alpha \Delta_r (\Delta^2 \nabla W_{rs-1} + 6 \nabla W_{rs})$$

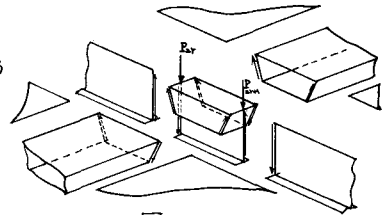


図-3

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{60} \bar{K} l^3 \tan \alpha \Delta_r (\nabla \Delta_s^2 \nabla \bar{U}_{r,s-1} + 30 \nabla \bar{U}_{r,s}) + \frac{1}{6} l \left\{ \frac{6}{h_2} K_2 (f_2 - 4 \alpha_2) \sec \alpha - \frac{24}{h} K \tan \alpha - \frac{6}{h} \bar{K} (\Delta_r^2 + 4) \right\} (\Delta_s^2 \Delta W_{r,s-1} + 6 \Delta W_{r,s}) \\
& - \frac{1}{360} l^3 \left\{ \frac{6}{h_2} K_2 (f_2 - 4 \alpha_2) \sec \alpha - \frac{24}{h} K \tan \alpha - \frac{6}{h} \bar{K} (\Delta_r^2 + 4) \right\} (\nabla \Delta_s^2 \Delta \bar{U}_{r,s-1} + 30 \Delta \bar{U}_{r,s}) + \frac{1}{6} l \left\{ \frac{6}{h_2} K_2 C_1 + f_0 \right\} \sec \alpha \\
& + \frac{12}{h} K \tan \alpha - \frac{6}{h} \bar{K} (\Delta_r^2 + 4) \left\{ (\Delta_s^2 \nabla \bar{U}_{r,s-1} + 6 \nabla \bar{U}_{r,s}) + \frac{1}{2h} \bar{K} l \Delta_r (\Delta_s^2 \Delta \theta_{r,s-1} + 6 \Delta \theta_{r,s}) \right\} = -\frac{1}{6} l \tan \alpha (\Delta_s^2 \Delta g_{r,s-1} + 6 \Delta g_{r,s}) \\
& \nabla U_{r,s} \text{ 対応:} \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2h} \left(\frac{1}{3} N' + f \right) \Delta_r^2 \nabla U_{r,s-1} + \frac{1}{12h} N' \Delta_s^2 \nabla U_{r,s} - \frac{1}{4} G t_0 (\Delta_r \nabla W_{r,s} - \Delta_r^2 \Delta W_{r,s-1} - 4 \Delta W_{r,s}) - \frac{1}{12h} G t_0 h (\Delta_r \nabla U_{r,s-1} + 6 \nabla U_{r,s}) \\
& - \Delta_r^2 \nabla U_{r,s-1} - 6 \nabla U_{r,s}) - G t_0 \Delta W_{r,s} - \frac{1}{2h} G t_0 h (\nabla U_{r,s-1} - \nabla U_{r,s}) = 0 \quad \text{-----(11)}
\end{aligned}$$

$\nabla W_{r,s} K$ 対応:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{12h} G t_0 h_2 \cos \alpha \Delta_r^2 (\Delta_s^2 \nabla U_{r,s-1} + 6 \nabla U_{r,s}) - \frac{1}{6h} G t_0 h_2 \cos \alpha \Delta_r (\Delta_s^2 \Delta U_{r,s-1} + 6 \Delta U_{r,s}) - \frac{1}{h} \bar{K} l \Delta_r^2 (\Delta_s^2 \nabla W_{r,s-1} + 6 \nabla W_{r,s}) \\
& + \frac{1}{60h} \bar{K} l^3 \Delta_r^2 (\nabla \Delta_s^2 \nabla U_{r,s-1} + 30 \nabla U_{r,s}) + \frac{1}{h} \bar{K} l \Delta_r (\Delta_s^2 \Delta W_{r,s-1} + 6 \Delta W_{r,s}) - \frac{1}{60h} \bar{K} l^3 \Delta_r (\nabla \Delta_s^2 \Delta U_{r,s-1} + 30 \Delta U_{r,s}) \\
& + \frac{1}{2h} \bar{K} l \Delta_r (\Delta_s^2 \nabla \theta_{r,s-1} + 6 \nabla \theta_{r,s}) - \frac{1}{2h} \bar{K} l (\Delta_s^2 \Delta \theta_{r,s-1} + 6 \Delta \theta_{r,s}) + \frac{1}{2} \cos \alpha \left\{ -\frac{1}{6} N_2 h_2 \cos \alpha \Delta_s^2 \nabla U_{r,s-1} + \left(\frac{1}{2} h_2 (N + N_2) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{12} N h_2 (\Delta_r^2 + 6) \right) \Delta_s^2 \nabla U_{r,s-1} - \frac{1}{12} N h_2 \Delta_r (\Delta_s^2 \Delta U_{r,s-1} + \frac{1}{4} G t_0 h_2 \Delta_s^2 \nabla U_{r,s-1}) \right\} - \frac{1}{2h} G t_0 h_0 (\Delta_r \nabla W_{r,s-1} - \Delta_r \Delta W_{r,s}) \\
& - \frac{1}{4} G t_0 (\Delta_r \nabla U_{r,s-1} - \Delta_r \nabla U_{r,s}) = \nabla P_{r,s} + \frac{1}{6} l (\Delta_s^2 g_{r,s-1} + 6 \nabla g_{r,s}) + \nabla \bar{P}_{r,s} \quad \text{-----(12)}
\end{aligned}$$

$\nabla \bar{W}_{r,s} K$ 対応:

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{6} N_2 h_2 \cos \alpha (\Delta_s^2 \nabla U_{r,s-1} + 6 \nabla U_{r,s}) + \frac{1}{6h} N_2 h_2 \cos \alpha \Delta_s^2 \nabla U_{r,s-1} + \frac{1}{720h} G t_0 h_2 l^2 \Delta_r^2 (\nabla \Delta_s^2 \nabla U_{r,s-1} + 30 \nabla U_{r,s}) \\
& - \frac{1}{360h} G t_0 h_2 l^2 \Delta_r (\nabla \Delta_s^2 \Delta U_{r,s-1} + 30 \Delta U_{r,s}) - \frac{1}{60h} \bar{K} l^3 \sec \alpha \Delta_r^2 (\nabla \Delta_s^2 \nabla W_{r,s-1} + 30 \nabla W_{r,s}) + \frac{1}{60h} \bar{K} l^3 \sec \alpha \Delta_r (\nabla \Delta_s^2 \Delta W_{r,s-1} \\
& + 30 \Delta W_{r,s}) + \frac{1}{60h} \bar{K} l^3 \sec \alpha \Delta_r (\nabla \Delta_s^2 \nabla \theta_{r,s-1} + 30 \nabla \theta_{r,s}) - \frac{1}{120h} \bar{K} l^3 \sec \alpha (\nabla \Delta_s^2 \Delta \theta_{r,s-1} + 30 \Delta \theta_{r,s}) = \frac{1}{360} l^3 \sec \alpha (\nabla \Delta_s^2 \nabla g_{r,s-1} + 30 \nabla g_{r,s}) \quad \text{-----(13)}
\end{aligned}$$

但し $N_1 = E t_0 h_1$, $N_2 = E t_0 h_2$, $N = E t_0 h$, $K_1 = \frac{E l^3}{12 h_1^3}$, $K_2 = \frac{E l^3}{12 h_2^3}$, $\bar{K} = \frac{E l^3}{12 h^3}$, $f = E A$ (A : 横リブ, T : T フラソジ断面積)

$$\alpha_1 = \frac{1}{2h_2} \sec \alpha - \frac{1}{2h_2 h_2} \sec \alpha + \frac{1}{h_2} \tan \alpha, \quad \alpha_2 = -\frac{1}{h_2}, \quad \beta_1 = -\frac{2}{h_2} h_2 \sin \alpha \left(\frac{1}{2h_2} \sec \alpha - \frac{1}{2h_2 h_2} \sec \alpha + \frac{1}{h_2} \tan \alpha \right), \quad \beta_2 = \frac{1}{h_2} + \frac{2}{h_2} h_2 \sin \alpha$$

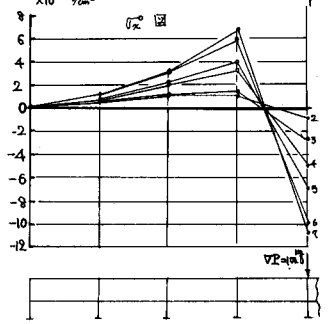
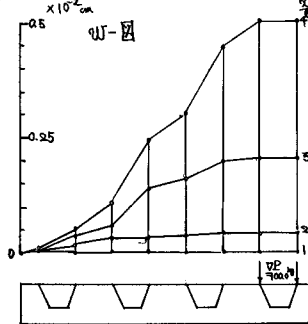
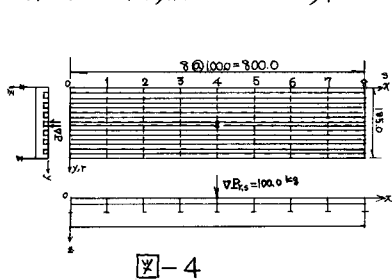
$$f_0 = 3 K_1 + 2 K_2, \quad f_1 = \frac{6}{h_2} (K_1 \beta_1 + K_2 \alpha_1), \quad f_2 = \frac{6}{h_2} (K_1 \beta_2 + K_2 \alpha_2), \quad f_3 = -\frac{1}{h_2} K_2, \quad \delta_1 = -\frac{1}{K_1 + 2 K_2} K_2,$$

$$\Delta_s^2 \nabla f_{r-1} = \nabla f_{r+1} - 2 \nabla f_r + \nabla f_{r-1}, \quad \Delta_r \nabla f_r = \nabla f_{r+1} - \nabla f_{r-1},$$

3. 数値計算例

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad G = 8.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \quad l = 100.0 \text{ cm}, \quad t = t_1 = t_2 = 0.1 \text{ cm}, \quad h = \bar{h} = 15.0 \text{ cm}, \quad h_1 = 9.0 \text{ cm}, \quad h_2 = 10.44 \text{ cm}, \quad \alpha = 15.0^\circ$$

縦リブ本数7本, 横リブ本数7本, 中央2点集中荷重 $\Sigma P = 100.0 \text{ kg}$



4. まとめ

導かれた10本の偏差分方程式(記述は(8)~(13)の6本のみ)は, 非常に複雑に見えるが, 和分変換理論を用いることにより計算それ自体は, 非常に簡単となり各節点での応力, 曲げモーメント, ためみ等も容易に求めることができる。

5. 参考文献

- 1) 山村, 若村: 橋梁と基礎(1971-2)
- 2) 疫辺 昇: 格子桁の理論と計算(技報堂)
- 3) 能町, 大島: 土木学会第30回年次学術講演集I-22(1975)
- 4) 能町, 大島: 土木学会北海道支部論文報告集(1976-2)