

名古屋大学 工学部 学生 水澤 高作

" 正員 堀田 建夫

" " 成岡 昌夫

1. まえがき

近年、首都高、名神、東名高速道路に見られるように、地形、地理的制約、さらには、橋梁美学の点より非常に多くの曲線橋が用いられている。特に、都市においては、空間的、平面的制約により必然的に幾何形状の複雑な橋梁設計を強いられるのが現状である。本研究では、これら曲線橋の走行荷重による動的挙動について研究するものである。従来、橋梁の走行荷重による動的応答解析については、はりモデルを用いた解析理論により解析されているものがほとんどである。しかしながら、橋長とスパン長比が小さい橋梁では、橋梁の板として挙動が無視できないと認められる。これに因しては、成岡、木沢¹⁾が、合成桁橋の自由振動解析において、橋長がスパン長より大きいときには、板として挙動が無視できないとしている。さらに、Walker²⁾は、これを実験により実証している。また、曲線橋における曲げてねじりの連成、幾何特性上もとゞく変位差など力学特性もある。

本研究では、上記の観点より、曲線橋の平面的応答を評価するため、板理論を用いて、走行荷重による動的挙動について研究したものである。一般に、走行荷重は、ランダム性(重量分布、車両距離)を有する交通流として評価すべきであるが、本研究では、走行荷重として単一均等荷重としてモデル化し、次の2つの荷重モデルについて解析を行なった。すなわち、走行外力モデル(質量を無視)、及び、走行質量モデル(質量を考慮)である。これら荷重モデルを用いて、曲線板の動的挙動を評価するため、各種パラメーター(速度効果、質量効果、走行位置による特性と Newmark の β 法)により数値解析を行なった。

2. 解析手法

本研究では、任意曲線板力動的挙動の解析手法として、有限要素法を用いて定式化を行なった。曲線板形を考慮して、12自由度の矩形板要素の変位関数を用いて、極座標表示するこにより、扇形板要素の要素特性マトリックスを導出した。

走行荷重による強制振動の運動方程式をマトリックス表示すると次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = F(r, \theta, t) \quad (1)$$

(1)式内荷重ベクトル $F(r, \theta, t)$ について、次の2つの走行荷重モデルについて定式化を行なった。すなわち走行外力モデル(質量を無視)の場合には、一般の集中荷重による等価節点力カ概念を用いて、次式で与えた。

$$F = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_o} [N(r, \theta)]^T \{R \cdot \delta(r - h) \cdot \delta(\theta - \theta_1)\} dr d\theta \quad (2)$$

ここで、 $\delta(r - h) \cdot \delta(\theta - \theta_1)$ は、Dirac-Delta 関数、 R は、集中荷重である。

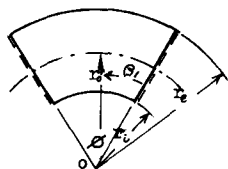
次に、走行質量モデル(質量を考慮)の場合には、板は走行質量の接触点に作用する慣性力と重力の組合せ効果により、前ケースのモデルと同様に定式化できる。すなわち、反々として次式を考慮する。

$$R(t) = R - R_m \cdot W_o(t) \quad (3)$$

ここで、 $R_m = \frac{P_m}{g}$ で、質量を示す。(ここで P_m は外力ベクトルとして、

$$F = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_o} [N(r, \theta)]^T \{R(t) \cdot \delta(r - h) \cdot \delta(\theta - \theta_1)\} dr d\theta \quad (4) \quad \text{Fig.1 Annular Sector Bridge Deck}$$

となる。ここで、 $h = R_{ini} + V_{or}t + \frac{1}{2}a_{or}t^2$ 、 $\theta_1 = \theta_{ini} + V_{\theta}t + \frac{1}{2}a_{\theta}t^2$ であり、 R_{ini} 、 θ_{ini} は、初期値、 V_{or} 、 V_{θ} は、半径方向、円周方向の速度、 a_{or} 、 a_{θ} は、加速度である。



$$\text{また, } \ddot{w}(t) = \ddot{w}(r, t) \Big|_{r=r_i}$$

$$= [N]\{\ddot{r}\} + V_0^2 [M_{aa}]\{\ddot{r}\} + 2V_0 V_r [M_{ra}]\{\ddot{r}\} + V_r^2 [M_{rr}]\{\ddot{r}\} + 2V_0 [N_a]\{\ddot{r}\} + 2V_r [N_r]\{\ddot{r}\} \quad (5)$$

である。以上の結果を用いれば、一般の Newmark's (3) 使用手法にも適用可能である。

3. 曲線板の動的特性の評価について

曲線板の動的特性の評価のために、次にあげる項目について数値解析を行った。

①. 幾何形状、支承状態

②. 幾何特性 (R/r_i , θ)

③. スピード効果 (ω) — 評価については、曲線板の固有周期を用いて与えた。すなわち、速度を次式で与えよう。

$$V_0 = \frac{\theta}{T_0 \cdot T_0} = \frac{\theta}{T_0 \cdot \omega \cdot T_0} \quad \text{これより, } \omega = \frac{T_0}{T_0}$$

④. 質量比効果 (ξ) — 評価については、走行荷重の質量と曲線板の質量との比で与えた。すなわち、

$$\xi = \frac{M_{\text{vehicle}}}{M_{\text{plate}}} = \frac{P_{\text{em}}}{\omega \cdot (R^2 - r_i^2) \cdot \rho \cdot \text{thick}} \quad \text{で与えられた。}$$

⑤. 走行位置による影響 (r_0) — 走行位置として、内縁、中心線、外縁の3つの場合について考慮した。

なお、動的効果の評価として、DAF (Dynamic Amplitude Factor) を用いて評価した。 $DAF = \frac{W_{\text{dynamic, Max}}}{W_{\text{static, Max}}}$

★ 数値計算例

数値計算例として、Fig-1 に示した扇形板について、各種パラメータを下記の数値解析を行った。

Fig-2 は、Fig-1 に示した扇形板について、本方法で Modal Analysis と精度比較を行ったものがあるが、良く一致している。

★ 結果を代表する — 曲線板の動的特性

Model Data	r_0/r_i	ω	ξ	θ
Case 1	2.0	1.5	1.2	0.0
Case 2	2.0	1.0	0.5	0.25
Case 3	2.0	1.0	0.5	0.25

として、Fig-3 ~ Fig-6 より次々5つに要約される。①. 応答に与える最も大きな要因として、スピード効果と質量効果があげられる。(すなわち、質量効果の影響は、DAF の大きさに大きく、時間応答曲線上でも大きな影響を与えている。

②. スピード効果で、Fig-3 に示されるように $\omega = 1$ の極大値をとり、また、 θ が小さくなるほど影響を与えている。

③. Fig-4 より、走行位置による影響も、 r_0 が小さくなるほど大きくあらわれている。

記号の説明

R 中心径 r_i 外径 r_0 内径 r_0 走行位置 T_0 走行時間
 θ 固有周期 ρ 密度 thick 板厚 B 幅 r_0/r_i 半径比 ω 速度比 ξ 質量比

参考文献

- 1) Natsumoka, M. and Yomogawa, H. Ingenieur-Archiv, Vol. 26, pp. 20-29, 1958
 "A study on the period of the free lateral vibrations of curved plates"
- 2) W. H. Walker, Univ. of Illinois, Eng. Expt. Station Bulletin 495 (1962)
- 3) V. X. Kuznetsov and R. Ramakrishnan Earthquake Engineering and Structural Dynamics Vol. 3, 217-232 (1975) "Dynamic Response of Curved Bridge Decks"

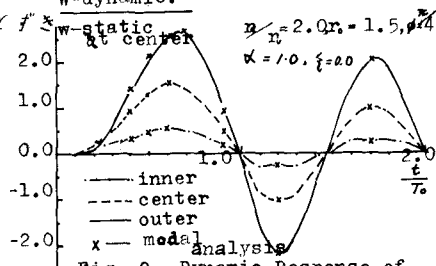


Fig. 2 Dynamic Response of curved Deck Bridge

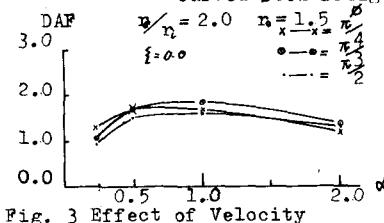


Fig. 3 Effect of Velocity

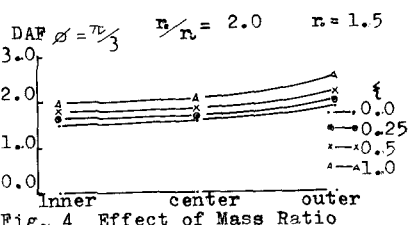


Fig. 4 Effect of Mass Ratio

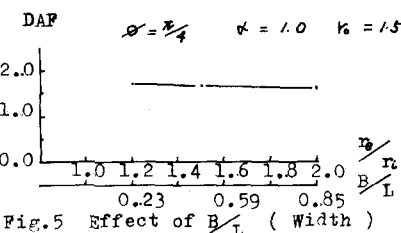


Fig. 5 Effect of B/L (Width)

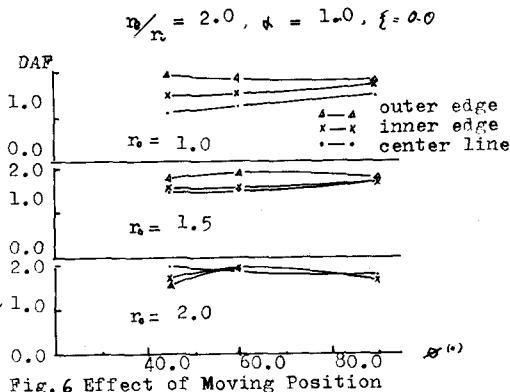


Fig. 6 Effect of Moving Position