

1. まえがき

近年、有限要素法による板構造の解析法は、汎用的な大型プログラムが完成されて、実用の時代に入り、設計、計画の段階で日常的に広く使用されている。しかし、実際の構造物に適用する場合、インプット、アウトプットのデータ量が多く、また計算時間が莫大になるという欠点がある。これに対して種々な面から検討と改良が試みられている。鋼構造物は、一般に板要素で構成されるものが多いが、その力学的な挙動について考えると、構造物は板と骨に分けることができる。骨に対しては梁理論を適用して実用的に十分な近似が得られる場合が多い。従来、補剛板の解析では補剛材のゆげ剛性と軸方向の伸び剛性を考慮し、また、補剛材の数が多いときには異方性板の考えを採用して計算の効率をあげてきた。しかし、補剛材が板の片面に配置されたとき、あるいは、その断面寸法が大きくなった場合には、板と骨の間の変位の連続性を考慮していないため不都合が生じる。

本報告は、骨に対して薄肉梁の理論を適用し、板と骨との変位の連続性と満たした有限要素解析について検討し、理論的を整理したものである。

2. 骨つき板のポテンシャルエネルギー表示

構要素

図-1のように板要素と構要素が結合されているとき、構要素の内側の変位は、薄肉梁の仮定にしたがって、板要素の板厚中心面上の変位で次のように表示されるものとする。

$$\bar{u} = u_0 - \bar{y} v_0 x - \bar{z} w_0 x - \omega w_0 xy$$

$$\bar{v} = v_0 - \bar{z} w_0 y$$

$$\bar{w} = w_0 + \bar{y} w_0 y$$

ここで、 u_0, v_0, w_0 は板厚中心面上の奥の点を通る線上の変位で、 ω は構要素の単位反りである。

構要素のポテンシャルエネルギーは次式のようになる。

$$\begin{aligned} \pi_B &= \frac{E}{2} \left(\int \bar{u}_x^2 dA dx + \frac{GJ}{2} \int \bar{w}_{oxy}^2 dx - \int p_x \bar{u} + p_y \bar{v} + p_z \bar{w} dA \right. \\ &\quad \left. (A, B \text{ 断面}) \right) \\ &= \frac{E}{2} \int \bar{w}^T \bar{D}_B \bar{w} dx - \bar{F}_A^T \bar{V}_A - \bar{F}_B^T \bar{V}_B \end{aligned}$$

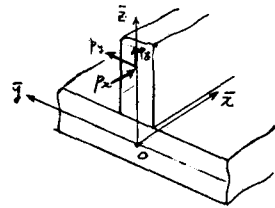
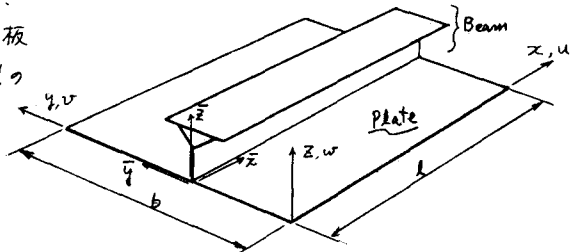
ここで、

$$\bar{w}^T = [u_{0x} \quad v_{0xx} \quad w_{0xx} \quad w_{0oxy} \quad w_{0zy}]$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} A & -I_y & -I_z & -I_w & 0 \\ I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} & I_{yw} & 0 \\ & I_{yz} & I_{zz} & I_{zw} & 0 \\ & & I_{zw} & I_{ww} & 0 \\ \text{SYM.} & & & & \frac{GJ}{E} \end{bmatrix}$$

$$\bar{F}^T = [N_x \quad N_y \quad N_z \quad M_x \quad M_y \quad M_z \quad B]$$

$$\bar{V}^T = [u_0 \quad v_0 \quad w_0 \quad u_{0y} \quad -u_{0x} \quad v_{0x} \quad w_{0xy}]$$



$$A = \int dA, \quad I_y = \int \bar{y}^2 dA$$

$$I_{xy} = \int \bar{x} \bar{y} dA, \quad I_w = \int \omega dA$$

$$I_{yy} = \int \bar{y}^2 dA, \quad \text{etc.}$$

$$N_x = \int p_x dA, \quad B = \int p_x \omega dA$$

$$M_x = \int p_x \bar{y} - p_y \bar{z} dA, \quad \text{etc.}$$

$$M_y = \int p_x \bar{z} dA$$

$$M_z = \int -p_x \bar{y} dA$$

単位反り

板厚中心面上の束の通り軸のまわりのねじり $w_{\phi y}$ に対して撓要素の単位反り ω は次のように求める。薄肉棒を構成する極 i の x, y, z 軸方向の変位 $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$ は次式で表わすことができる。

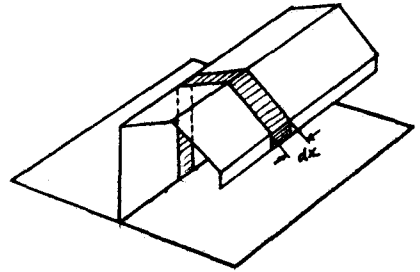
$$\hat{v} = r_0 w_{\phi y}$$

$$\hat{w} = (1 - \lambda_0) w_{\phi y}$$

$$\hat{u} = -\omega w_{\phi y}$$

したがって、板の撓断応力は

$$\tau = G(\hat{u}_x + \hat{v}_x) = G\left(\frac{\omega_i - \omega_j}{b} + r_0\right) w_{\phi y}$$

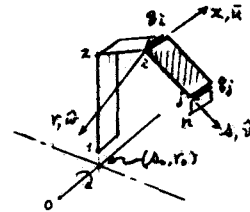


境界に作用する力 g は

$$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} = w_{\phi y} \frac{Gt}{b} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_j \end{pmatrix} - w_{\phi y} Gt r_0 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

板どうしの境界上で力 g が釣り合い、変位 $\bar{u}$ が連続であることから次の連立方程式が得られる。

$$\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \omega_i \\ \omega_j \\ \omega_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} B \end{pmatrix}$$



ねじりの中心軸と境界線との間は撓断変形のない仮定の板で述べられているものとし、中心軸上で $u=0$ 、したがって、 $\omega_i=0$ として上式を解くと各境界線上の反り ω が得られる。このようにすれば、周断面、内断面の区別なく求めることができる。

板要素

板要素のポテンシャルエネルギーは周知のとおり次式で示される。

$$\pi_p = \frac{Gt}{2(1-\nu^2)} \left\{ \mathbf{\bar{e}}^T \mathbf{D}_p \mathbf{\bar{e}} \, dA + \frac{Et^3}{24(1-\nu^2)} \right\} \mathbf{\bar{f}}^T \mathbf{D}_p \mathbf{\bar{f}} \, dA - \mathbf{P}^T \mathbf{U}$$

$$\text{ここで、 } \mathbf{\bar{e}}^T = [u_x \quad v_y \quad u_y + v_x]$$

$$\mathbf{\bar{f}}^T = [w_{xx} \quad w_{yy} \quad 2w_{xy}]$$

$$\mathbf{D}_p = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{P}$: 板要素の周辺に働く力

$\mathbf{U}$: の変位

以上より、骨つぎ板のポテンシャルエネルギーは $\pi = \pi_p + \pi_b$ となる。以下、有限要素法の手順に従って、板要素の中心面における変位を仮定して代表的な英(節点)の変位 u で表わすと、 π は u の関数となるので、 $\frac{\partial \pi}{\partial u} = 0$ から骨つぎ板要素の釣合式を導くことができる。

3. 異方性板

骨要素板要素面上に数多く配置されている場合は、異方性板として取り扱うことができる。板要素の面上に単位巾 dy の骨が配置されているとき、次式のようになる。

$$\pi = \pi_p + \frac{E}{2} \int_A \mathbf{U}^T \mathbf{D}_b \mathbf{U} \, dA - \int_{(x=0)}^T \mathbf{F}^T \mathbf{V} \, dy - \int_{(x=L)}^T \mathbf{F}^T \mathbf{V} \, dy$$

$$\mathbf{U}^T = [u_x \quad v_{xx} \quad w_{xx} \quad w_{xy} \quad w_{yy}]$$

4. べき

骨の変位と薄肉梁の仮定を適用し、骨と板との変位の連続性と端に設けた有限要素解析について検討した。面の節点上、微少変形に対するポテンシャルエネルギー一表示にとどめたが、歪と変位の関係と高次まで考慮することによって、有限変位、応力にまで拡張することができる。