I-101　サンドイッチ構造の解析

名古屋工業大学　正員　松浦 聖
○名古屋工業大学大学院　学生員　木全 隆

1．まえがき－本報告は，梁・フレーム・軸対称シェルなどのサンドイッチ構造における幾何学的非線形問題を修正増分法を用いた有限要素法により解析するものである。ここでは平面骨組構造をとりあげ，座屈荷重付近での解の信頼性を増加させるために，仮想スプリングシステムを考えるAugmented Technique[1]を使用する。

2．歪－変位関係と応力－歪関係－サンドイッチ構造及び梁の増分変形を図－1に示すように考える。歪の物理成分の関係は次式で与えられる（kは各層の指標である。）

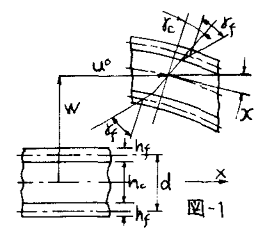

図-1

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ z\varepsilon_{13}\end{Bmatrix}_k=\begin{Bmatrix}e_{11}\\ ze_{13}\end{Bmatrix}_k+\begin{Bmatrix}\eta_{11}\\ z\eta_{13}\end{Bmatrix}_k=\begin{Bmatrix}e_{11}^{\circ}\\ ze_{13}^{\circ}\end{Bmatrix}_k+\zeta_k\begin{Bmatrix}\kappa_{11}^{1}\\ 0\end{Bmatrix}_k+\begin{Bmatrix}\eta_{11}^{\circ}\\ z\eta_{13}^{\circ}\end{Bmatrix}_k+\zeta_k\begin{Bmatrix}\kappa_{11}^{2}\\ 0\end{Bmatrix}_k \quad k=1,2,3 \qquad (1)$$

(1)式でe_{ij}は線形成分，η_{ij}は非線形成分である。各成分は軸方向変位u°，タワミW，タワミ角χ，剪断角γ_f，γ_cを用いて(2)式で求められる。

$$\begin{Bmatrix}e_{11}^{\circ}\\ ze_{13}^{\circ}\\ \kappa_{11}^{1}\end{Bmatrix}_1=\begin{Bmatrix}du^{\circ}/dx\\ \gamma_c\\ d\chi/dx+d\gamma_c/dx\end{Bmatrix},\quad \begin{Bmatrix}e_{11}^{\circ}\\ ze_{13}^{\circ}\\ \kappa_{11}^{1}\end{Bmatrix}_{2,3}=\begin{Bmatrix}du^{\circ}/dx\pm(d/2)\cdot[d\chi/dx+(h_c/d)(d\gamma_c/dx)+(h_f/d)\cdot(d\gamma_f/dx)]\\ \gamma_f\\ d\chi/dx+d\gamma_f/dx\end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}\eta_{11}^{\circ}\\ z\eta_{13}^{\circ}\\ \kappa_{11}^{2}\end{Bmatrix}_1=\begin{Bmatrix}(1/2)[(du^{\circ}/dx)^2+\chi^2]\\ (\chi+\gamma_c)(du^{\circ}/dx)\\ (d\chi/dx+d\gamma_c/dx)(du^{\circ}/dx)\end{Bmatrix},\quad \begin{Bmatrix}\eta_{11}^{\circ}\\ z\eta_{13}^{\circ}\\ \kappa_{11}^{2}\end{Bmatrix}_{2,3}=\begin{Bmatrix}(1/2)[(du^{\circ}/dx)^2+\chi^2]\pm(d/2)[d\chi/dx+(h_c/d)(d\gamma_c/dx)+(h_f/d)(d\gamma_f/dx)](du^{\circ}/dx)\\ (\chi+\gamma_f)(du^{\circ}/dx)\\ (d\chi/dx+d\gamma_f/dx)(du^{\circ}/dx)\end{Bmatrix} \qquad (2)$$

一方，応力－歪関係は次式を満足する。また各層の合成力は(4)式のように書かれる。

$$\begin{Bmatrix}S_{11}\\ S_{13}\end{Bmatrix}_k=\begin{bmatrix}E_k & 0\\ 0 & G_k\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ z\varepsilon_{13}\end{Bmatrix}_k \quad (3),\qquad \begin{Bmatrix}N\\ M\\ Q\end{Bmatrix}_k=\int_{-h_k/2}^{h_k/2} b\begin{Bmatrix}S_{11}\\ S_{11}\zeta_k\\ S_{13}\end{Bmatrix}_k d\zeta_k \quad (4)$$

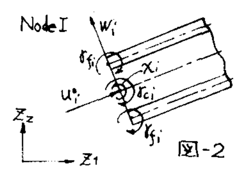

図-2

3．有限要素解析－要素端における5個の自由度を図－2に示す。タワミについてx軸に関する3次関数，軸方向変位・剪断角に線形分布を選び，(5)式の表示を得る。

$$\{W(\xi),u^{\circ}(\xi),\gamma_c(\xi),\gamma_f(\xi)\}^T=[\varphi_w,\varphi_u,\varphi_c,\varphi_f]^T\{W_i,\chi_i,u_i^{\circ},\gamma_{ci},\gamma_{fi}\,|\,W_j,\chi_j,u_j^{\circ},\gamma_{cj},\gamma_{fj}\}^T,\quad \xi=(x_j-x)/l \qquad (5)$$

(5)式を(2)式に適用する際に，(2)式の微小項を無視して簡単化し，要素の剛性マトリックスを次式のように得る。

$$[K]=[k^{\circ}]+[k_g^N]+[k_g^Q],\quad [K]\,;\ 10\times10\ \text{matrix} \qquad (6)$$

要素の増分荷重ベクトルは，増分分布荷重に対して線形変化を仮定し，修正荷重ベクトルを考慮して求められる。こうして得られた要素の剛性マトリックスと増分荷重ベクトルを局部座標から全体座標Z_1－Z_2へ変換して構造全体について組み立てる。そして，$[K]\{r\}=\{R\}$を解いて増分変形が得られる。Augmented Techniqueを用いる場合には，増分変形は次式を解いて得られる。

$$[K_A]\{r\}=\{F\}+\{R_c\},\quad K_{Aij}=k_{ij}+(\alpha/\beta^2)F_i\cdot F_j,\quad \{R\}=\lambda\{F\} \qquad (7)$$
$$\lambda=1-(\alpha/\beta^2)\{F\}^T\{r\},\quad \beta=\sum|F_i|$$

上式で$\{r\}$,$\{R\}$が，実際の増分変位と増分荷重ベクトルを与える。またαは仮想スプリングシステムのバネ定数である。解析例として，サンドイッチ構造片持柱におけるエラスティカ問題を図－3に示す。表板には，アルミニウム版，心材には，ハニコムを仮定した。

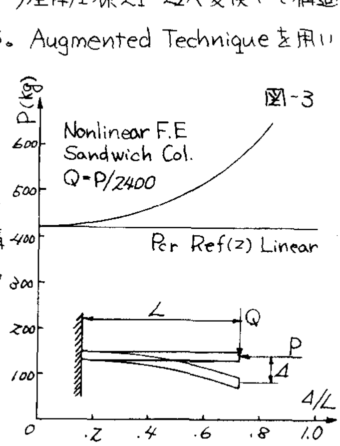

図-3

参考文献；(1) Sharifi, P. and Popov, E.P.; "Nonlinear Buckling Analysis of Sandwich Arches" Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, No. EM5, Oct 1971, PP1397-1412
(2) 林 毅；"軽構造の理論とその応用"