

北海道大学 正員

"

"

堺 孝 司

能 町 純 雄

角 田 年 史 雄

1. まえがき コンクリート構造物の設計では、ひびわれ発生前の弾性状態、ひびわれ発生後の状態、塑性変形を伴う極限状態など種々の状態を想定して使用性や安全性の検討が行われるが、それらの中において弾性解析のもつ意義は非常に大きい。一般的には、鋼材をなす鉄筋群を近似的にばねとして考え、あらかじめコンクリート版と鋼版との内的複合体であるかのように仮定することが行われている。これは解析上の便利さはもちろん、より理論において用いられる換算断面の手法をそのまま準用し易い利点がある。一方、上記の近似と異なり、鉄筋群を網に近似する方法がある。これは、鉄筋はその軸方向の変形に対してのみ抵抗できると考えるもので、例えば直交鉄筋群が、図1に示すような形状変化を生じてても、鉄筋群としての抵抗はないと仮定される。実際の版では鉄筋とコンクリートとの共同作用により鉄筋のごく近傍のコンクリートに局部的な応力の乱れが生ずるため附加的な抵抗は存在するが、通常のシャイバ版では、鉄筋径に比べて鉄筋間隔が十分大きいので、この附加的な抵抗は無視できる程小さいと考えられる。

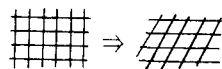


図. 1

本論文は、鉄筋群を上記のような網近似をすることにより、鉄筋コンクリート版の異方性版としての一般的な場合の弾性常数を与え、特別な場合として直交配筋について数値計算を行ったものである。また、従来の方法では考慮することが困難であった興味ある応力特性をとらえた。尚、本方法に依れば直交に限らず任意の方向に任意の数の鉄筋群が存在する場合についても任意の異方性を表す版としての基礎微分方程式を得ることができる。

2. RC版の応力と歪 厚さ h のRC版を考え、版中央面から下向きに z 軸をとり中央面上の x, y, z 方向の変位を u, v, w とし平面保持を仮定する。RC版中央面に関する軸力及びモーメントの各方向成分をコンクリートのうけもつものと鉄筋のうけもつものとに分離して議論を進める。最初に、コンクリートについて、応力-歪、応力-変形、応力-断面力の関係を用いて、 E_c をヤング係数、 ν_c をポアソン比、 G_c をせん断係数とすると、断面力は、

$$\left. \begin{aligned} (1), (2) \text{ 式となる。式中、 } B_c &= E_c h^3 / (1 - \nu_c^2) & T_{cx} &= B_c (E_x + \nu_c E_y) & M_{cx} &= -D_c (K_x + \nu_c K_y) \\ D_c &= E_c h^3 / 12 (1 - \nu_c^2), E_x &= \partial^2 u / \partial x^2, E_y &= \partial^2 v / \partial y^2, & M_{cy} &= -D_c (K_y + \nu_c K_x) \\ K_x &= \partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 v / \partial y^2, K_y &= \partial^2 v / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2, & T_{cy} &= B_c (E_y + \nu_c E_x) & M_{cy} &= -D_c (K_y + \nu_c K_x) \\ K_{xy} &= \partial^2 u / \partial x \partial y, & T_{xy} &= \frac{1}{2} (1 - \nu_c) B_c \delta_{xy} & M_{xy} &= -\frac{1}{2} (1 - \nu_c) D_c K_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (1) \quad \left. \begin{aligned} & \\ & \\ & \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

次に、鉄筋は細い線状体であるため、それ自身の曲げモーメントに対する抵抗は無視できる程小さく軸方向に対してのみ有効に働くとする。今、図2に示すように θ なる角度だけ傾斜した方向に Δ なる間隔で配列された平行鉄筋群を考えると、鉄筋の軸方向歪は(3)式によって表すことができる。

$$E_s = E_x \cos^2 \theta + E_y \sin^2 \theta + K_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (3)$$

鉄筋一本当たりの断面積を A_s 、ヤング率を E_s とすれば、鉄筋群のうける力 A 各方向成分の単位幅当りの大きさは(4)式によって表される。ところで

鉄筋群が $z = z_s$ の位置にあるとき、この鉄筋群の軸歪は(5)式となる。これを(4)式に代入することによって鉄筋群の軸力が得られ、この軸力を用いてモーメント成分を求めることができる。これを、同一断面内に多数の平行鉄筋群の存在する場合に拡張し、先に得た(1), (2)式と重ね合わせることによって(6)式を得る。

$$\left. \begin{aligned} T_{sx} &= A_s E_s E_x \cos^2 \theta / \Delta \\ T_{sy} &= A_s E_s E_y \sin^2 \theta / \Delta \\ T_{sxy} &= T_{syz} = A_s E_s E_s \sin \theta \cos \theta / \Delta \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} E_s &= (E_x \cos^2 \theta + E_y \sin^2 \theta + K_{xy} \sin \theta \cos \theta) \\ &\quad - z_s (K_x \cos^2 \theta + K_y \sin^2 \theta + K_{xy} \sin \theta \cos \theta) \end{aligned} \quad (5)$$

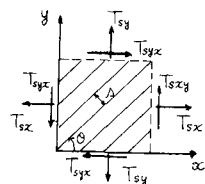


図. 2

各係数は板面の都合上割愛する。(6)式から明らかなように、多数の鉄筋群をもつ版においては、21個の弾性常数がすべて独立した値になる可能性を含んでいる($A_{ij}=A_{ji}$)。

3. 直交配筋コンクリート版の基礎微分方程式

多くの場合かとうである直交配筋コンクリート版の基礎微分方程式は、中央面における力の釣り合いから(6)式を考慮して(7)式となる。(7.a)式は、曲げに関する方程式で

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} & A_{56} \\ A_{61} & A_{62} & A_{63} & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_{xy} \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

あり。(7.b.c)式は、面内変形に関する方程式を表わしているが、曲げの方程式には面内変形を表わす u, v が、面内変形に関する方程式には、面外変形を表わす w が入っている。すなわち、(7)式は面内変形と面外変形の相互作用を表わしている。(7)式へ各係数は以下へ如くである。

$$\left. \begin{aligned} A_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + A_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} + A_3 \frac{\partial^2 w}{\partial y^4} &= f + A_4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A_5 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ b_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b_2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + b_3 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} &= b_4 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ c_1 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + c_2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + c_3 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} &= c_4 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} (7.a.b.c)$$

$$\begin{aligned} A_1 &= D_c \{1 + 12n(1-\nu_c^2)(P_{xu} \zeta_{xu}^2 + P_{yo} \zeta_{yo}^2)\}, \quad A_2 = 2D_c, \quad A_3 = D_c \{1 + 12n(1-\nu_c^2)(P_{yu} \zeta_{yu}^2 + P_{xo} \zeta_{xo}^2)\} \\ A_4 &= b_4 = C_c \cdot n (P_{xu} \zeta_{xu} - P_{yo} \zeta_{yo}), \quad A_5 = c_4 = C_c \cdot n (P_{yu} \zeta_{yu} - P_{xo} \zeta_{xo}), \quad b_2 = c_1 = B_c (1-\nu_c)/2 \\ b_1 &= B_c \{1 + n(1-\nu_c^2)(P_{xo} + P_{yu})\}, \quad c_2 = B_c \{1 + n(1-\nu_c^2)(P_{yo} + P_{xu})\}, \quad b_3 = c_3 = B_c (1+\nu_c)/2, \quad C_c = E_c h^2 \end{aligned}$$

上式中、 $P_{xo} = A_x^0 / \Delta_x^0 h$, $P_{yo} = A_y^0 / \Delta_y^0 h$, $P_{xu} = A_x^u / \Delta_x^u h$, $P_{yu} = A_y^u / \Delta_y^u h$
 $\zeta_{xo} = e_x^0 / R$, $\zeta_{yo} = e_y^0 / R$, $\zeta_{xu} = e_x^u / R$, $\zeta_{yu} = e_y^u / R$ なる無次元パラメータを導入した(図3参照)。

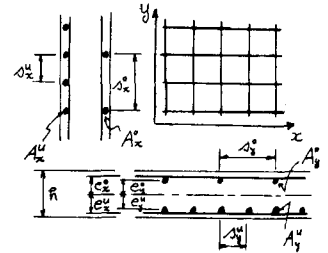


図3

4. 数値計算例及び考察 図4は、RC版の応力と歪の関係式(6)式を用いて配筋方向からRC版の主応力方向にどのような影響を与えらるかについての一例で、 $M_x=1, M_y=0.5$ の場合である。次に図5は、一方向曲げを受ける場合、すなわち、 $T_x=T_y=T_{xy}=M_y=M_{xy}=0$, $M_x=1$ となるとき、主応力方向(作用モーメント方向)とそれと直交する方向との応力状態を示したものである。

図から分るように、x方向については鉄筋の応力はコンクリートのそれのほぼn倍となっているが、それと直交するy方向にはn倍にならないばかりでなく、鉄筋とコンクリートの応力の符号が異なるという非常に面白い性質を有している。次に(7)式を二重フーリエ級数を用いて数値的に解いた。荷重は対称荷重で、荷重幅は0.2a(a:正方形版の一辺の長さ)とした。表1は面内変形と面外変形への影響を示したものである。これは、Case2のような極端の場合を想定しても、その影響が非常に小さい事を示している。尚、数値計算では、 $\zeta_{xo} = \zeta_{xu} = 0.368$, $\zeta_{yo} = \zeta_{yu} = 0.305$, $\nu_c = 0.2$, $E_c = 3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $n = 7$ を用い、北大大型計算機センター FACOM 230-75を使用した。(参考文献) 1. S.P.Timoshenko; Theory of plates and shells

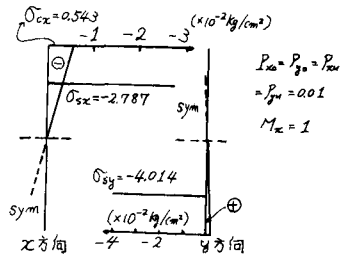


図4

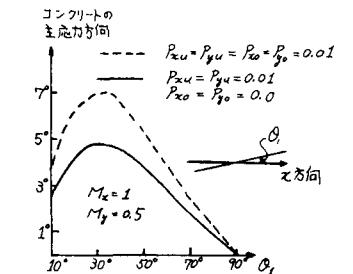


図5 引張端に於ける主応力方向の変化

2. Th. Baumann; Deutscher Ausschuss Für Stahlbeton, 1972, Heft 217
3. K. Trenks; Der Bauing, 1954, Heft 10
4. M.T. Huber; Der Bauing, 1925, Heft 30

表1. $x=y=0.5a$ (ただし $a=10^{-3} \text{ m}$)

	面内変形を無視した場合	面内変形を考慮した場合
Case1. $P_{xu} = P_{yu} = 0.01$ $P_{xo} = P_{yo} = 0.005$	0.4053	0.4054
Case2. $P_{xu} = P_{yu} = 0.01$ $P_{xo} = P_{yo} = 0.001$	0.4198	0.4203