

神戸製鋼所 正員 ○中村 寛市

" " 広中 邦規

" " 新家 徹

1. まえがき

吊橋メインケーブルは ケーブル架設段階、ケーブルバンドの中で縛付けられた補剛桁架設段階、およびバンドとラッピングワイヤー様に縛付けられた活荷重載荷の段階において全く異質の剛性を有し、ケーブルに生じる応力をより正確に把握するには、各架設段階に応じて適切なケーブル剛性を考慮すべきである。筆者等は前報において、補剛桁架設段階におけるケーブル2次元力の解析法とその計算例について述べ、局部的には、かなり大きな2次元力が発生する可能性のある事を示した。本報では バンドの他に更にラッピングワイヤー様に縛付けられたケーブルの、素線面内りを考慮した2次元力の解析手法と若干の数値計算例について述べる。

2. 理論的概要

梁では セン断変形を無視する事が出来るのに対し、素線の集合体であるラッピングされたケーブルでは セン断応力が素線内限界剪断応力 τ_c に達すると素線面内りを生じ剛性は急変する。しかも、曲げと引張を受ける部材のセン断力は軸方向に変化するので、断面分離の状態も軸方向に変化する結果、断面の応力は、扱いだけでは決定できず、素線内限界剪断応力と面内領域の形状を合わせて決定される。解析法として、要素面内りを考慮した有限要素法も考えられるが、ケーブルは非常に多数の素線で構成される為適用は困難と考えられる。筆者等は 面内りを生じている領域と無面内り領域との境界面の連続近似を行なう事により多数の未知数の軽減を計っている。本報では 解析モデルとしてFig.1に示す様な左支端近くに部分的なunwrapped区画 A_u を有するものを考え、張力 T の下で左支端断面に Θ_a だけ強制回転角を与える時に生じる2次元力の解析を行なっている。基礎式の誘導は Fig.2に示す様な面内り領域を含むケーブルの微小要素の釣合と軸方向内部適合条件に基づいて行なったが、その際、断面力を軸線の変形による成分と面内りに起因する成分とに分けた。

2-1. 解析仮定

- i. 支端断面および無面内り領域の断面は平面を保持する。
- ii. ラッピングワイヤーの縛付けによる素線内限界剪断応力は軸線方向および横断面の η 軸方向に一定である。 Fig.2
- iii. 面内りは横断面の η 軸に平行に生じるものとする。 Fig.2
- iv. 変形による素線内限界剪断応力の変化は無視出来る。

2-2. 基礎式中の記号の説明

- ① $a\tau_c(x, \xi)$: 無面内り層中の (x, ξ) における直応力 ② $a\tau_s(x, \xi)$: 面内り層中の (x, ξ) における直応力 ③ $\tau_c(x)$: 面内り境界における軸方向セン断力 ④ $\tau_a(\xi)$: ξ における限界剪断応力, $\tau_c(x) = \tau_c(\eta(x))$
- ⑤ ϕ : ケーブル断面充実率 ⑥ S^* : セン断応力の正負に従って, $1, -1$ を取る。 Fig.2 における $Q(x)$ の場合は $S^* = 1$ である。
- ⑦ $\varphi(x)$: 断面 x における面内り境界と面内り軸との距離 ⑧ $h_c(x)$: 断面 x における無面内り層心とケーブル面内り心との距離 ⑨ $h_s(\xi)$: ケーブル断面の ξ 部分の面内り心とケーブル面内り心との距離 $h_c(x) = h_s(\varphi(x))$ ⑩ h_u : unwrapped区画 A_u における最外素線層面内り心とケーブル面内り心との距離, $h_u = h(a - \frac{D_c}{2})$, D_c : 素線直径

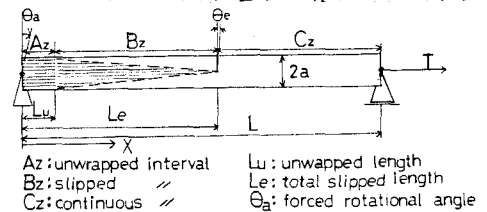


Fig.1 Cable model for analysis.

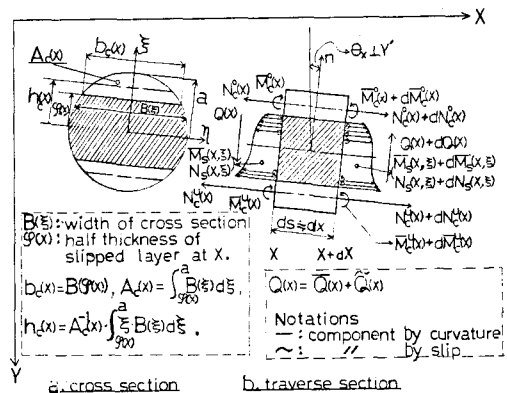


Fig.2 Notations & inner forces on cable element

- ⑪ $B(x)$: x における断面幅 ⑫ $b_c(x)$: 断面 x におけるシリ境界の幅。 $b_c(x) = B(90^\circ)$
 ⑬ $A_c(x)$: 断面 x における無シリ層断面面積 ⑭ $A(x_i)$: 断面の $x > x_i$ 部分の断面面積。
 $A_c(x) = A(90^\circ)$ ⑮ L_e : 左支端からシリ領域先端までの距離 ⑯ θ_c : $x = L_e$ の断面の回転角 ⑰ $E I_x$: 断面 x の曲率変化に抵抗する剛性 ⑱ $\pi(x), \varphi(x)$: 曲率変化成分
 2-3. 基本方程式

a. 撓み曲線 $y(x)$, シリ境界曲線 $\varphi(x)$ の状態における各層軸方向応力式 ---- (1)

- ① $\sigma_c(x, \xi) = \sigma_c(0, \xi) + E y''(\xi - \xi_u)$, $\sigma_s(x, \xi) = \sigma_s(0, \xi)$, for $0 < x < L_u$.
 ② $\sigma_c(x, \xi) = \sigma_c(0, \xi_u) + S^* \int_{L_u}^x A_c(t) \tau_c(t) dt + E y'(L_u) \{ \theta_c(L_u) - \theta_u \}$
 $+ E \int_{L_u}^x \theta_c(t) dt + E y''(\xi - \theta_u)$, for $L_u \leq x < L_e$.
 ③ $\sigma_s(x, \xi) = \sigma_s(0, \xi) - S^* (x - L_u) B(\xi) \frac{d}{dx} \{ B(\xi) \tau_c(\xi) \}$, for $L_u \leq x < L_e$.
 ④ $\sigma_c(0, \xi_u) = L_e^{-1} E [(y(L_u) - \theta_u) \cdot \theta_u - y''(L_u) (L_e - L_u) \{ \theta_c(L_u) - \theta_u \}$
 $- \int_{L_u}^{L_e} \{ E^* S^* \int_{L_u}^x b_c(t) \tau_c(t) dt + \int_{L_u}^x \theta_c(t) dt - y''(x) \} dx]$.
 ⑤ $\sigma_s(0, \xi) = X_{\xi}^{-1} [(\theta_e - \theta_u) \xi E + \frac{1}{2} (X_{\xi} - L_u)^2 B(\xi) \frac{d}{dx} \{ B(\xi) \tau_c(\xi) \} - \int_{L_u}^{L_e} \sigma_c(x, \xi) dx]$.
 但し, $X_{\xi} = y'(\xi)$, また④, ⑤ 式はそれぞれ $\xi = \xi_u$ および $\xi = \xi_e$ における軸方向内部適合条件式, $(\theta_e - \theta_u) \xi - E^{-1} \{ \int_{L_u}^{L_e} \sigma_c(x, \xi) dx + \int_{L_u}^{L_e} \sigma_s(x, \xi) dx \} = 0$, より得る.

b. 撓み曲線 $y(x)$ の下における, シリ境界曲線 $\varphi(x)$ の満足すべき微分方程式

シリ境界を横切る応力の連続条件式, $\sigma_s(x=0, \varphi) = \sigma_c(x=0, \varphi)$, の両辺を x で微分すると, φ の x に関する次の微分方程式を得る。 $L_u \leq x < L_e$ に対し

$$S^* A'(\varphi) B(\varphi) \tau_c(\varphi) + E y'''(\varphi - \theta_u) + S^* B(\varphi) \frac{d}{dx} \{ B(\xi) \tau_c(\xi) \} \Big|_{\xi=\varphi} + E (\varphi, \frac{d\varphi}{dx}) = 0, \quad (2)$$

但し, $E (\varphi, \frac{d\varphi}{dx}) = E [y'' - x^{-1} (\theta_e - \theta_u) + S^* (x - L_u)^2 B(\varphi) \frac{d}{dx} \{ B(\varphi) \tau_c(\varphi) \} - \frac{d}{dx} B(\xi) \frac{d}{dx} (B(\varphi) \tau_c(\varphi)) \Big|_{\xi=\varphi}] \frac{d\varphi}{dx}$.

特殊な場合として, $\{ T = \infty, \tau_c(\xi) = \tau_c = \text{一定, 矩形断面} \}$ では解析解が得られる。

- ① $\varphi(x) = a - k_1 (x^2 - L_u)^{\frac{1}{2}}$, $k_1 = \tau_c \{ j^{-1} (E S^* \theta_u) \}^{\frac{1}{2}}$, for $L_u \leq x < L_e$. ---- (3)
 ② $\sigma_c(0, \xi_u) = L_e^{-1} E \theta_u (a - \xi_u) - S^* k_2 \text{arccosh} \frac{L_e}{L_u}$, $k_2 = j^{-\frac{1}{2}} (E S^* \theta_u \tau_c)^{\frac{1}{2}}$.
 ③ $\sigma_c(x, \xi) = \sigma_c(0, \xi_u) + S^* k_2 \text{arccosh} \frac{x}{L_u}$, for $L_u \leq x < L_e$.
 ④ $\sigma_s(0, \xi) = \sigma_c(0, \xi_u) + X_{\xi}^{-1} [E \theta_u (\xi_u - \xi) + S^* k_2 \{ X_{\xi} \text{arccosh} \frac{X_{\xi}}{L_u} - (X_{\xi}^2 - L_u^2)^{\frac{1}{2}} \}]$.
 但し, $L_e = (L_u^2 + k_2^2 a^2)^{\frac{1}{2}}$, $X_{\xi} = \{ L_u^2 + k_2^2 (a - \xi)^2 \}^{\frac{1}{2}}$.

c. シリ境界曲線 $\varphi(x)$ の下における, 撓み曲線 $y(x)$ の満足すべき微分方程式

Fig. 2 の微小要素の釣合, および曲げ歪と曲率の関係より次式を得る。

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{M(x)}{E I_x}, \quad \frac{dM}{dx} = -Q(x) + f(x), \quad \frac{dQ}{dx} = T \frac{d\varphi}{dx} + g(x).$$

但し, $f(x) = 2 \{ \sigma_c(x, \xi_u) A_c \frac{d\varphi}{dx} - \sigma_s(x, \varphi) b_c(x) (\theta_c - \varphi) \} \frac{d\varphi}{dx}$.
 $g(x) = -2 S^* \int_{L_u}^x \{ \theta_c(t) B(\varphi) \tau_c(\varphi) - \varphi \frac{d}{dx} [B(\varphi) \tau_c(\varphi)] \} \frac{d\varphi}{dx}$.

2-4. 解析手順 2-3. に見る様に, 各式にはシリ境界角 $\varphi(x)$ が複雑に介在しており, y と φ を同時に未知数とし (1), (2), (4) 式を連立させて解くのは殆んど不可能なので, Fig. 3 に示す様に y と φ を交互に未知数としお互いの影響を計算過程に取り込みながら収束計算を行なった。

図中, $\Delta \varphi_1$ は一定の y に対する $\varphi(x)$ 修正ルーチン内の修正量であり, $\Delta \varphi_2$ は撓み y の修正前後における φ の差であり, 従って, 撓み y の収束判定に用いられる。

2-5. 計算例 $L = 30^m$, $L_u = 1.5^m$, $a = .3^m$, 平均軸力 $\sigma_T = 50 \frac{kg}{mm^2}$, 限界せん断応力 $\tau_c = 50 \frac{kg}{mm^2}$ のケーブルモデルの左支端断面に弾性回転角 $\theta_u = 5 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-2}, 2 \times 10^{-2}, 3 \times 10^{-2} (\text{ラジアン})$ を与えたものである。

3. あとがき 計算例に対する考察や, L_u, a, σ_T が 2 次応力に与える影響については当日発表の予定です。

4. 参考文献 1) 新家, 広中, 村: "吊橋平行線ケーブルの 2 次応力解析 (その 1)", 第 29 回土木学会年次学術講演会講演要集
 2) 新家, 広中, 村: "吊橋平行線ケーブルの 2 次応力解析 (その 2)", 第 30 回

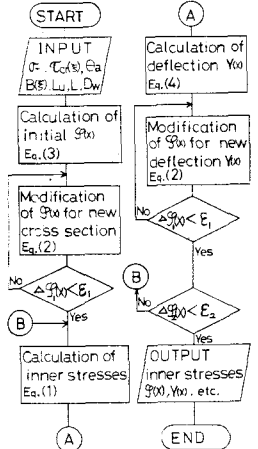


Fig. 3 Process of analysis.

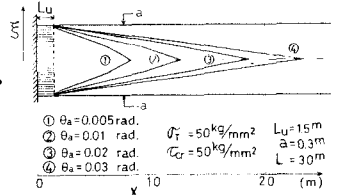


Fig. 4 Extent of slipping zone for various θ_u

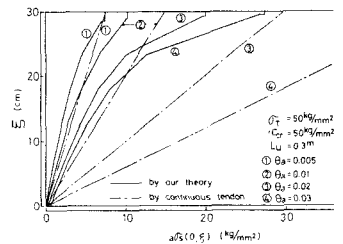


Fig. 5 Distribution of stress $\sigma_c(0, \xi)$ on cross section $x=0$

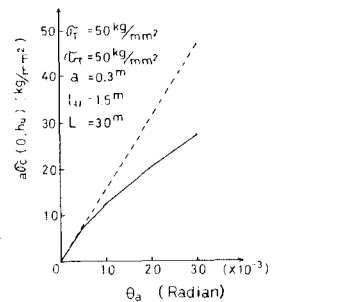


Fig. 6 Relation between θ_u and $\sigma_c(0, h_u)$