

ケーブルのサグ比が $1/10$ 以下である場合、その形状は放物線で近似でき、式(1)であらわすことができる。ここに、 w = 単位長さあたり重量、 H = 水平張力、 L = スパン長、 ρ = 無次元化した横座標、 a, b = 積分常数である。

$$Y = \frac{wL^2}{2H} [1 \ \rho \ \rho^2] \{a \ b \ 1\} \quad (1)$$

ここで、いくつかの鉛直荷重が作用しているケーブルを考える(図1)。ケーブルを荷重点によって区切られるセグメントに分割し、荷重点の横座標値は載荷後も変化しないものと仮定すると、各セグメントの形状を決定する積分常数は、荷重点での力のつり合い条件とたわみの連続条件を考えることにより、次式によって伝達できる:

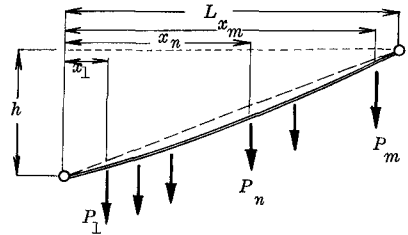


図1. ケーブルの載荷状態。

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} \alpha^2 & \alpha^2 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{n-1} + \begin{bmatrix} \alpha_n^2 \\ 2\alpha_n \{1 + P'_n / K_{n-1}\} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここに、 $\alpha_n = \xi_{n-1} / \xi_n$, $\xi_n = K_n - K_{n-1}$, $K_n = x_n / L$ = 荷重点の無次元座標、 $P'_n = P_n / wL$, P = 荷重、 n = 序数である。式(2)を用いて左端のセグメントの積分常数を全スパンに伝達し、ケーブル両端の境界条件を処理すると系の解が得られる。この結果、 $\{a \ b\}_n$ はつぎの形で与えられる:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} K_{n-1} / \xi_n^2 \\ 1 / \xi_n \end{bmatrix}_B + \begin{bmatrix} \{K_{n-1}^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-2} P'_i (K_{n-1} - K_i)\} / \xi_n^2 \\ 2(K_{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} P'_i) / \xi_n \end{bmatrix}, \quad B = 2h' - 2 \sum_{i=1}^m P'_i (1 - K_i) - 1 \quad (3)$$

ここに、 $h' = h / (wL^2 / H)$, h = 支点高低差である。式(3)によりすべてのセグメントの積分常数が得られるが、この中には、載荷によって生ずるケーブルの付加水平張力が未知量として残っている。これは一般に、ケーブルの幾何適合条件より導かれるケーブル方程式により定められる。本文ではケーブル方程式を式(3)の関係をを用いて変形したつぎの三次方程式を解いてこれを定める:

$$\Delta^3 + (2 + \frac{\lambda^2}{12})\Delta^2 + (1 + \frac{\lambda^2}{24})\Delta - \frac{\lambda^2}{2} \sum_{i=1}^m (K_i - K_{i-1}) (P'_i + P_i'^2) - \lambda^2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m K_i (1 - K_j) P'_i P'_j = 0 \quad (4)$$

ここに、 $\Delta = \Delta H / H_0$, H_0 = 初期水平張力、 ΔH = 付加水平張力、 $\lambda^2 = (wL^2 / H_0) f_t / \{EA / (H_0 L_t)\}$, $L_t = L \{1 + 16f^2 / 3 + (h/L)^2\}$, f = サグ比である。式(4)において $i=1$ とすると、文献1に示された結果と一致することがわかる。

表1は対称ケーブルのスパン中央における荷重とたわみの関係を、文献2に示された結果と比較したものである。文献2ではカテナリーケーブルとして、反復計算により解を得ているが、表から明らかなように、数値はほとんど一致している。このことから、式(3)と(4)は任意荷重に対する簡便法として有効と言える。

表1. スパン中央のたわみの比較。

たわみ \ P'	0.1	0.5	1.0	5.0	10.0
本論	0.405	0.1094	0.1339	0.1531	0.1543
文献2	0.406	0.1083	0.1319	0.1502	0.1513
誤差%	0.25	1.0	1.5	2.0	3.0

文献1 Max Irvine: *Statics of Suspended Cables*, Proc. ASCE, EM3, 1975, p. 192

文献2 O'Brien: *Behavior of Loaded Cable Systems*, Proc. ASCE, ST10, 1968, p. 2288