

I-75 吊橋の振動解析に関する二、三の考察 (其2)

大阪大学工学部 正員 前田幸雄

大阪大学工学部 正員 林 正

川田工業(株) 正員 ○ 前田研一

1. まえがき 本文は 任意型式の吊橋の橋軸面内固有振動解析法について、摂度理論、および、有限変形理論の両面から論じたものである。数値計算例を用いて、種々の計算法の妥当性、合理性の比較、検討を行なう。そして、特に、補剛桁の遊動門木振動の連成の影響に対しては、パラメトリック解析を行なう、その性状についても検討を加えた。なお、本文の一部は 前回¹⁾に、すでに発表済である。

2. 摂度理論^{1)~3)} 前回、任意支持形式の多径間非対称吊橋の橋軸面内固有振動解析のための新たな簡易試算計算法を説明、提案した。そして、この方法では、橋軸方向の各種拘束条件に対応し、補剛桁の遊動門木振動の連成の影響も考慮できる。さて、ここでは、この方法を再度説明することは略し、遊動門木振動の連成の影響について、その解式に注目し、数学的な検討を行なう。ただし、便宜上、連続吊橋のみを対象とする。

エネルギー最小原理に基づいて、補剛桁の橋軸方向移動量 ξ_s 、および、鉛直たわみ振動に対する遊動門木振動の振幅比 α/α と与える α に関し、次式のような同次方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} a_{11} \cdot \omega^2 - b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & a_{22} \cdot \omega^2 - b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \xi_s \end{bmatrix} = 0 \quad (1)$$

ここに、 ω は固有円振動数であり、 $a_{11} \sim b_{22}$ は n 径間の非対称吊橋で、第 n 径間の径間長、補剛桁部材の分布死荷重、ケーブル部材の分布死荷重、ケーブルの橋軸方向移動量、および、補剛桁とケーブル間の垂距をそれぞれ、 L_i 、 w_{si} 、 w_{ci} 、 $\xi_{ci}(\alpha_i)$ 、および、 $f_i(\alpha_i)$ で表わせば、次のような内容である。

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= 2T_2 + \sum_{i=1}^n \frac{w_{si}}{g} \int_0^{L_i} \xi_{ci}^2(\alpha_i) dx_i, & b_{11} &= 2V_2 + \sum_{i=1}^n w_{ci} \int_0^{L_i} \frac{\xi_{ci}^2(\alpha_i)}{f_i(\alpha_i)} dx_i \\ b_{12} &= b_{21} = \sum_{i=1}^n w_{ci} \int_0^{L_i} \frac{\xi_{ci}(\alpha_i)}{f_i(\alpha_i)} dx_i \\ a_{22} &= \sum_{i=1}^n \frac{w_{ci}}{g} \cdot L_i, & b_{22} &= \sum_{i=1}^n w_{ci} \int_0^{L_i} \frac{1}{f_i(\alpha_i)} dx_i \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

上式において、 T_2 、 V_2 は 鉛直振動のみによる運動エネルギー、位置エネルギーの最大値であり、正の値である。

補剛桁の橋軸方向拘束が非拘束の場合、同次方程式が自明でない解を持つ条件から、 ω の補正された解が

$$\omega^2 = \frac{(a_{11} \cdot b_{22} + a_{22} \cdot b_{11}) \pm \sqrt{(a_{11} \cdot b_{22} + a_{22} \cdot b_{11})^2 - 4a_{11} \cdot a_{22} (b_{11} \cdot b_{22} - b_{12} \cdot b_{21})}}{2a_{11} \cdot a_{22}} \quad (3)$$

なる式で与えられる。根号内の式は明らかに正の値であり、また、Schwarz の不等式から、 $b_{11} \cdot b_{22} > b_{12} \cdot b_{21}$ であるゆえ、式(3)の ω の2根は共に正根であることが解る。このことは、すなわち、同じ鉛直たわみ振動モードでありながら、固有円振動数の異なる、そして、当然、遊動門木振動の振幅比の異なる、2種の固有振動が必然的に存在することを数学的に検証したことになる。ただし、式(4)において、 $b_{12} = b_{21} = 0$ の場合は 遊動門木振動が連成せず、最初の条件式のみが有効となり、補剛桁が橋軸方向に拘束されている場合と同様になる。

補剛桁中央点にセンター・タイがある場合、橋軸方向に拘束されている場合の、補正された ω の解は

$$\omega^2 = \frac{b_{11} - b_{12} \cdot \xi_{cm}(L/2)}{a_{11}}, \quad \omega^2 = \frac{b_{11}}{a_{11}} \quad (4)$$

なる式で、それぞれ、与えられる。すなわち、 ω は唯一根のみ存在している。

3. 有限変形理論^{1), 4), 5)} 前回、死荷重時での、初期軸力を考慮した計算法を説明したが、ここでは、省略する。

4. 数値計算 本町連絡橋架橋案の南備護瀬戸大橋の諸元を参考にして、3径間対称吊橋(260.0-1100.0m-) および、5径間対称吊橋(156.0-390.0-528.0m-) の吊橋モデルを考へ、計算を行なう。結果の一部を示す。

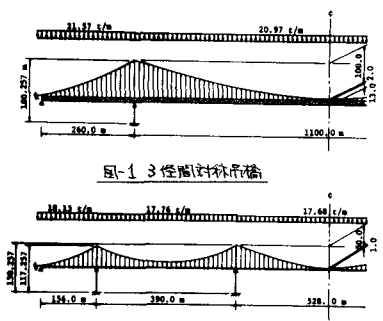


図-1 3径間対称吊橋

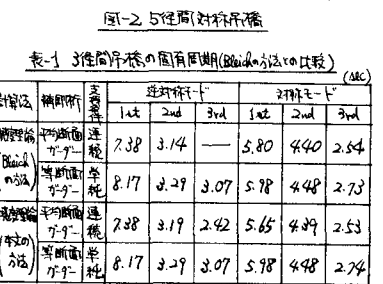


図-2 5径間対称吊橋

表-1 3径間吊橋の固有周期 (Bleichの近似式による比較)

計算法	補間条件	変位	連続モード			対称モード		
			1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
有限要素法	変断面ゲージ	連続	7.38	3.14	—	5.80	4.40	2.54
	等断面ゲージ	半純	8.17	3.29	3.07	5.78	4.48	2.73
有限要素法	平均断面ゲージ	連続	7.38	3.19	2.42	5.65	4.49	2.53
	等断面ゲージ	半純	8.17	3.29	3.07	5.78	4.48	2.74

表-2 5径間吊橋の固有周期 (有限要素法と有限変形理論による比較)

計算法	補間条件	変位	連続モード			対称モード		
			1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
有限要素法	変断面ゲージ	連続	5.93	3.76	2.35	8.35	3.30	2.54
	平均断面ゲージ	半純	6.46	4.62	2.69	8.43	3.33	2.68
有限要素法	平均断面ゲージ	連続	5.98	3.80	2.38	8.34	3.25	2.59
	等断面ゲージ	半純	6.54	4.57	2.69	8.43	3.28	2.69

3径間対称吊橋の運動学的振動のパラメータ

$$\beta = \frac{w_{22}}{w_{c2} + w_{s2}}, \quad \nu = \frac{f_1(L/2)}{f_{c2}} \quad (f_{c2} = 7.71 \text{ Hz})$$

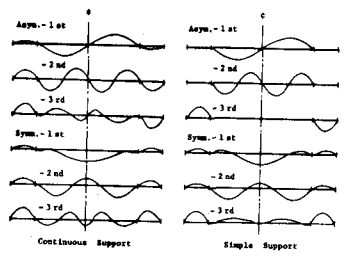


図-3 3径間非対称吊橋の固有モード

(有限変形理論, 有限変形理論)

表-3 3径間非対称吊橋の固有周期 (有限変形理論と有限要素法による比較)

計算法	補間条件	変位	連続モード			対称モード		
			1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
有限要素法	変断面ゲージ	連続	7.42	3.26	2.61	5.78	4.46	2.64
	平均断面ゲージ	半純	7.25	3.20	2.49	5.74	4.41	2.58
有限要素法	平均断面ゲージ	連続	7.38	3.16	2.52	5.75	4.39	2.56
	等断面ゲージ	半純	8.03	3.31	3.12	6.02	4.52	2.81
有限要素法	平均断面ゲージ	連続	7.38	3.19	2.42	5.65	4.49	2.53
	等断面ゲージ	半純	8.17	3.29	3.07	5.78	4.48	2.74

表-4 連続橋梁一次振動の運動学的振動の影響 (β=0.7, ν=0.02)

計算法	補間条件	変位	連続モード			対称モード		
			1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
有限要素法	変断面ゲージ	連続	8.50	+0.77	7.68	+0.23	7.12	0.0
	平均断面ゲージ	半純	6.43	-0.61	8.44	+0.23	7.74	0.0
有限要素法	平均断面ゲージ	連続	8.50	+0.77	7.68	+0.23	7.12	0.0
	等断面ゲージ	半純	8.86	+0.54	8.44	+0.23	7.74	0.0
有限要素法	平均断面ゲージ	連続	8.42	+0.70	7.46	+0.22	7.12	0.0
	等断面ゲージ	半純	8.94	+0.49	8.25	+0.23	7.80	0.0

* ケーブルの振動が移動と逆向き方向, 反対方向と一致する。

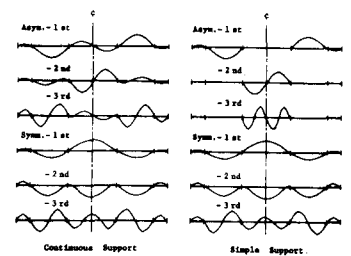


図-4 5径間非対称吊橋の固有モード (有限変形理論, 有限変形理論)

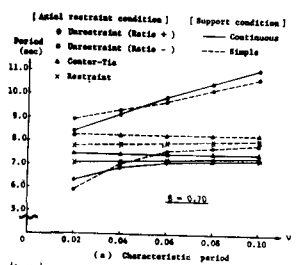


図-5 連続橋梁一次振動の固有周期と運動学的振動の影響 (パラメータ: β, ν) (有限変形理論)

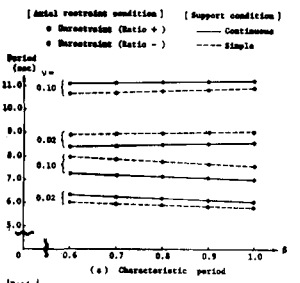


図-6 連続橋梁一次振動の固有周期と運動学的振動の影響 (パラメータ: β, ν) (有限変形理論)

5. 運動学的振動の連成の影響に関する考察

(1) 補間桁が橋軸方向に非拘束の場合, 連続橋梁一次振動で2種の固有振動が現れた。これは 補間桁がケーブルの橋軸方向移動と同方向, および, 反対方向の両方向で平衡状態になり得ることから, それぞれに対応して生ずるものと思われる。なお, 他の振動形では, 全く連成しなかった。また, センター・タイがある場合は完全拘束の場合に比して, 当然, 周期が長いが, 両者とも, 非拘束の場合の2種の固有振動の中間値である。このことは エネルギー論的に考えて, 当然なことである。

(2) 補間桁が橋軸方向に非拘束の場合, βの値の影響は振幅比に対して顕著であるが, 固有周期にはほとんど現れない。そして, νの値の影響は 固有周期, および, 振幅比の双方に対して, 顕著である。なお, センター・タイ, および, 拘束の場合には, 両者のパラメータの影響はほとんどみられない。

1) 前田・林・前田: "吊橋の振動解析に関する三つの考察", 第30回土木学会年次学術講演会(1975). 2) Bleich F. et al.: "The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridges", U.S. Gov. (1950). 3) 倉田: "ケーブルによる吊橋のたわみ振動の制御について", 土木学会論文集 No. H2 (1969). 4) 林・保田: "吊橋の振動解析" 第28回年次学術講演会(1973). 5) Chaudhury N.K. et al.: "Analysis of Vertical Flexural Oscillations of Suspension Bridges by Digital Computer", Int. Symp. on Susp. Brid. (1966).