

九州大学 工学部 正 内谷 保

〃 〃 〃 彦坂 照

〃 〃 学 中島 光弘

1. 緒言

筆者らは先に、並列曲線主桁が横桁で結合された単純曲線橋について、動的解析法を提示し、横断面変位の曲線は理論による結果と比較して、断面のねじり剛性、そり剛性、ねじり慣性など曲線橋の振動特性におよぼす影響を考察した¹⁾。本論は、上記理論を拡張して連続橋の自由振動特性、および路面の凹凸を考慮した並列主桁曲線橋の走行荷重応答特性を明らかにせんとしたものである。

2. 自由振動解析

図-1のように、点Oを曲率中心として、中心角 α 、曲率半径 $R_1, R_2, \dots, R_N$ なるN本の主桁が横桁および床版で結合された並列主桁曲線橋を考え、任意の主桁 i の曲げ剛性を EI_i 、ねじり剛性を GJ_i 、そり剛性を EI_{wi} 、ねじり回転半径を Q_i 、単位長当りの質量を m_i とし、時刻 t における任意点 φ の鉛直たわみを w_i 、ねじり角を ψ_i とすれば、次の2つの運動方程式がえられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{EI_i}{R_i^3} \left\{ (1+\gamma_i) \frac{\partial^4 w_i}{\partial \varphi^4} - \mu_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial \varphi^2} + (1+\mu_i) \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial \varphi^2} - \gamma_i \frac{\partial^4 \psi_i}{\partial \varphi^4} \right\} + R_i \rho_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} &= -R_i (w_i + \bar{w}_i) \\ \frac{EI_i}{R_i^3} \left\{ (1+\mu_i) \frac{\partial^2 w_i}{\partial \varphi^2} - \gamma_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial \varphi^2} + \psi_i - \mu_i \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial \varphi^2} + \gamma_i \frac{\partial^4 \psi_i}{\partial \varphi^4} \right\} + \frac{Q_i^2 \rho_i}{R_i} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial x^2} &= -(m_i + \bar{m}_i) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

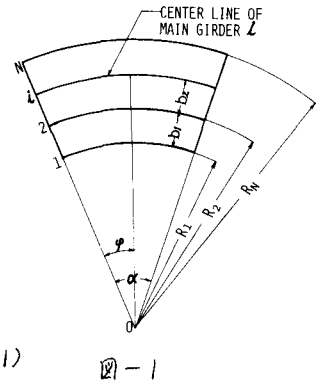


図-1

ここに、 $\gamma_i = R_i Q_i$ 、 $\mu_i = GJ_i / EI_i$ 、 $\gamma_i = I_{wi} / R_i^2 I_i$ 、また、 w_i 、 $\bar{w}_i$ および m_i 、 $\bar{m}_i$ は主桁と横桁の結合力である。いま、曲線橋の境界条件を単純支持とすれば、波数 n の固有円振動数を ω_n として式(1)の解の次式で与えられる。

$$w_i = w_{in} \sin \frac{n\pi}{\alpha} \varphi \sin \omega_n t, \quad \psi_i = \psi_{in} \sin \frac{n\pi}{\alpha} \varphi \sin \omega_n t \quad (2)$$

すべての主桁($i=1, 2, \dots, N$)について、式(2)を式(1)に代入のうえ整理し、個々の主桁のねじり慣性を無視すれば結局次式がえられる。

$$(K_c - \omega_n^2 M) u_n = 0 \quad (3)$$

ここに、 $u_n = (w_{1n} w_{2n} \dots w_{Nn})^T$ 、 $M = [R_1 \rho_1 R_2 \rho_2 \dots R_N \rho_N]$ (対角行列)、 K_c : 剛性マトリックス。

式(3)の係数行列式 $|K_c - \omega_n^2 M| = 0$ なる条件より、N個の固有円振動数とそれに対応するN組の固有ベクトルが求められる。

次に、並列主桁連続曲線橋の自由振動を考える場合、中間支点を取り去ってその点に強制集中力を作用させ、単純曲線橋の定常強制振動の問題に置換して取り扱う。この定常強制振動による各主桁のたわみ w_i を求め、もとの中間支点の位置で $\Delta = 0$ とすれば振動数方程式がえられる。この振動数方程式を解くことにより並列主桁連続曲線橋の固有値がえられ、反力も求められる。そして、この固有値および反力を用いてモードが決定される。

3. 走行荷重応答解析

依次のY個の固有値に対応する固有ベクトルを $D = (D_1, D_2, \dots, D_Y)$ 、一般座標を $\bar{u}(t) = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_Y)^T$ とおき、modal analysisを用いればN本の主桁のたわみ $u = (w_1, w_2, \dots, w_N)^T$ の応答は次式で求められる。

$$u = (D \sin \frac{n\pi}{\alpha} \varphi) \bar{u}(t) \quad (4)$$

いま、図-1の曲線橋の主桁 i 上を、図-2に示すような走行 spring

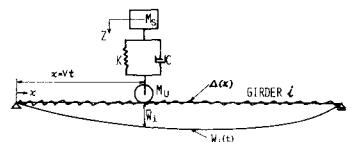


図-2

mass が一定速度 v で走行する場合のばね上質量 M_s の運動方程式は、 $\omega_s = \sqrt{K/M_s}$ 、 $\phi_s = C/\sqrt{K M_s}$ といふ2次式で与えられる。

$$\ddot{z} + 2\phi_s \omega_s \dot{z} + \omega_s^2 z = 2\phi_s \omega_s \{ (\phi_s \sin \omega_s v t) \ddot{u} + \omega_{sv} (\phi_s \cos \omega_s v t) \dot{u} + \Delta(vx) \} + \omega_s^2 \{ (\phi_s \sin \omega_s v t) \ddot{u} + \Delta(vx) \} \quad (5)$$

ここに、 z は静的平衡状態を基準にした M_s の変位、 $\phi_s = (\phi_{s1} \phi_{s2} \dots \phi_{sr})$ は D の中で主桁 s の固有ベクトル、 $\Delta(vx)$ は路面の凹凸を表わす関数、 $\omega_{sv} = n\pi v/R_s \alpha$ 。

並列主桁曲線橋の運動方程式は、次式のように一般座標 $u(t)$ に関する微分方程式で与えられる。

$$\{ I - (2/\alpha) M_u L^T (\phi_s \sin \omega_s v t)^T (\phi_s \sin \omega_s v t) \} \ddot{u} + 2 \{ H_1^T \Omega_s + (2/\alpha) M_u \omega_{sv} L^T (\phi_s \sin \omega_s v t)^T (\phi_s \cos \omega_s v t) \} \dot{u} + \{ \Omega_s^T - (2/\alpha) M_u \omega_{sv} L^T (\phi_s \sin \omega_s v t)^T (\phi_s \sin \omega_s v t) \} u = (2/\alpha) L^T (\phi_s \sin \omega_s v t) \{ P_0 - M_s \ddot{z} - M_u \ddot{z}(vx) \} \quad (6)$$

ここに、 M_u は sprung mass のばね下質量、 $H_1 = [H_1 \dots H_r]$ 、 $\Omega_s = [\omega_s \dots \omega_r]$ 、 $\Omega_s^T = [\omega_s^T \dots \omega_r^T]$ (H_r 、 ω_r はいずれも r 次の減衰定数および固有値)、 $L^T = D^T M D^T$ 、 H_1 、 Ω_s 、 Ω_s^T 、 L はいずれも $r \times r$ の対角行列、 $P_0 = (M_s + M_u)g$ 。

式(5)、(6)を z と u の連立微分方程式として数値積分し、式(4)を用いければたわみ応答 w が求められ、この w を用いておじり角応答 θ がえられる。さらに、 w および θ を用いて各種の断面力の応答が求められる。

4. 数値計算例

図-3に示すタイプA、Bの2種の断面形状をもつ2主桁曲線橋(中心角 $\alpha = 30^\circ$ 、横桁の換算剛度 $= 0.1 EI/B$)について、外桁上を sprung mass が走行する場合の外桁中点のたわみおよび曲げモーメント応答倍率の最大値は速度パラメーター A_v による2変化する様子を図-4に示した。タイプA、Bとも、速度パラメーター

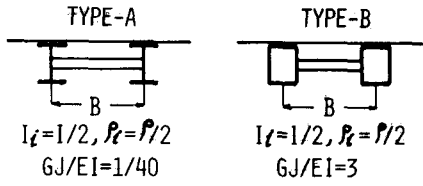


図-3

A_v の大小にかかわらずたわみ応答倍率の最大値は曲げモーメント応答倍率の最大値よりも常に大きいこととなる。なお、 A_v は等価直線橋の1次固有周期の1/2と sprung mass が橋を通過するに要する時間との比、 R_H は sprung mass の全質量と曲線橋の全質量との比、 ϕ_s はばね上質量の初期変位と静的変位との比、 ϕ_u は sprung mass の固有振動数と等価直線橋の1次固有振動数との比。ここで、等価直線橋とは曲線橋と同スパン、全断面の曲げ剛性 EI 、質量 P を有する直線橋を意味する。また、表-1に

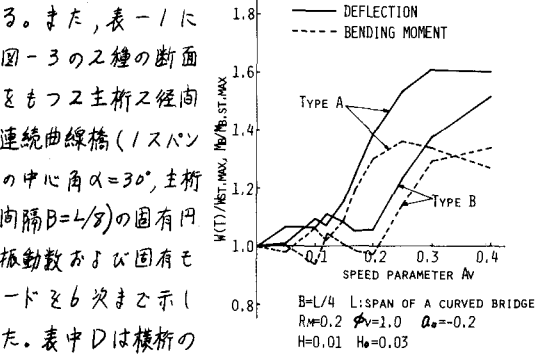


図-4 応答倍率の最大値

[参考文献] 1)彦坂, 内谷, 米田: 並列主桁曲線橋の走行荷重応答解析, 九州大学工学集報, Vol. 48, No. 3, 昭和50年6月。 2)彦坂, 米田, 野田: 並列主桁曲線橋の動的解析モデルと応答性状について, 土木学会第30回年次学術講演概要集, 昭和50年10月。

表-1 固有円振動数($\times \sqrt{EI/PL^3}$)および固有モード

振動次数	TYPE-A		TYPE-B
	D=0.01 EI/B	D=1.0 EI/B	D=1.0 EI/B
1	6.957 (M) 	7.071 (M) 	9.527 (M)
2	12.85 (M) 	13.04 (M) 	15.16 (M)
3	16.60 (T) 	17.24 (T) 	39.04 (M)
4	20.76 (T) 	21.67 (T) 	49.78 (M)
5	33.93 (M) 	34.48 (M) 	86.93 (T)
6	46.43 (T) 	48.47 (T) 	88.17 (M)

(M)は曲げが卓越する振動, (T)はねじりが卓越する振動