

(株)神戸製鋼所 正員 杉井 謙一
 (株)神戸製鋼所 正員 中西 宏
 (株)神戸製鋼所 正員 波田 凱夫

1. 序 本報は立体トラスの弾塑性大变形解析をエネルギー法に基づいて行なつたものである。骨組構造物の弾塑性あるいは大变形問題についてはこれまでに多くの研究がなされている。それらの多くはマトリックス変位法に基づくもので、エネルギー法に基づくものは比較的数量が少ない。後者に属するものとしては、大变形解析を扱つたもの¹⁾、弾塑性大变形解析を扱つたもの²⁾、部材の座屈を含む材料線型幾何学的非線型のもの³⁾、等がある。大次元の構造物を解析する場合、エネルギー法は剛性行列を必要としないから電算機記憶容量が小さくて済むという利点を持ち、また部材の座屈等の不安定現象を取り扱うことも容易であると考えられる。

2. 解析

トラス構造物が外力をうけると系全体のポテンシャルエネルギー W は次式で与えられる。

$$W = \sum_{m=1}^M U_m - F^T x \quad (1)$$

ここで、 U_m : 部材 m のひずみエネルギー F : 荷重ベクトル x : 格点変位ベクトル M : 全部材数である。ポテンシャルエネルギー最小の原理によれば、 W が最小のときつり合い条件が満足される。本文では、共役勾配法を用いて W を最小化することを考える¹⁾。部材のひずみエネルギー U_m は、部材が引張、圧縮のいずれの状態にあるかに応じて以下に述べるように計算される。

① 引張部材の取り扱い 材料の σ - ϵ 曲線が図1のように折線で近似されるものとする。すなわち部材の弾性係数がひずみとともに変化するとする。 σ_0 は初期応力、 ϵ_0 は初期ひずみである。図1よりある部材(断面積 A 、部材長 L)の P - e 曲線を描くと図2ようになる。 P_0 は初期部材力、 e_0 は初期部材伸びである。いま考える部材の部材力-伸び状態が (P, e) で、 P - e 曲線のオーステップにあるとすれば、この部材のひずみエネルギー U は

$$U = U_v + U_c \quad (2)$$

$$U_v = (P_i - \frac{E_i A}{L} e_i) e + \frac{E_i A}{2L} e^2 \quad (3)$$

$$U_c = \frac{1}{2}(P_0 + P_1)e_1 + \frac{1}{2}(P_1 + P_2)(e_2 - e_1) + \dots + \frac{1}{2}(P_{i-1} + P_i)(e_i - e_{i-1}) + \frac{E_i A}{2L} e^2 - P_i e_i \quad (4)$$

であり、オーステップのときは

$$U = P_0 e + \frac{E_0 A}{2L} e^2 \quad (5)$$

となる。 $P_0, P_1, \dots, P_i, e_1, \dots, e_i$ は、定数であるから U_c は定数項となり、 U_v のみが変数項となる。そこでポテンシャルエネルギーの停留のみ

着目するのであれば、 U_c は計算する必要がなく、 U_v のみを引張部材のひずみエネルギーとして扱ってよいことになる。次に修正ベクトルを決定するため格点における不釣り合い力を算定する。式(1)と(3)より格点 j の不釣り合い力の X 方向成分は

$$R_{xj} = \sum_{m=1}^N \left\{ (P_{mi} - \frac{E_{mi} A_m}{L_m} e_{mi}) + \frac{E_{mi} A_m}{L_m} e_m \right\} \frac{\partial e_m}{\partial x_j} - F_{xj} \quad (6)$$

となる。ここに、 N は格点 j にあつまる部材数である。 Y 方向、 Z 方向成分についても同様の式が得られる。

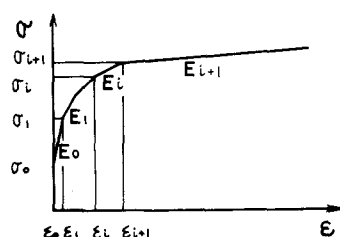


図1 σ - ϵ 曲線

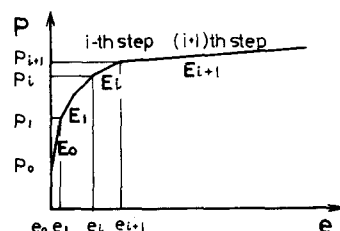


図2 P - e 曲線

数値解析上の取り扱いには以下のように行なう。いまある荷重の下でオーステップの変形解析を行ない、図3に示すように $P^{(i)}$, $e^{(i)}$ が求まったとする。 $P^{(i)} > P_{li+1}$ であれば式(3)と(6)の E_i を E_{i+1} に置き換える。これにより、該当部材の両端格点に不釣り合い力が生じるから、この状態でさらに変形解析を続行し、不釣り合い力を消去する。

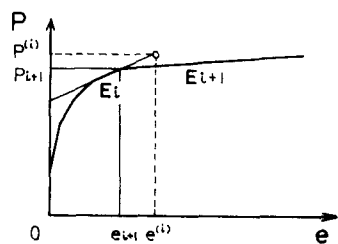


図3 弾塑性解析

② 圧縮部材の取り扱い 部材が座屈するまでは引張部材と同様に扱い、ひずみエネルギーの算出には式(3)を用いる。つぎに、図4に示すように部材が座屈し、部材端格点 i, j が i', j' に、格点間距離が L から S に変化したとする。座屈後の部材の変形曲線を4次関数と仮定すれば、この部材のひずみエネルギーは、部材中点のたわみを d として、文献3)より次のように書ける。

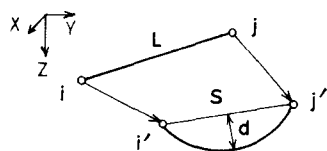


図4 座屈後の変形曲線

$$U = EAL \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{S}{L} - 1 \right) + 2.4868571 C^2 \right\}^2 + 24.576 \frac{EI}{AL^2} C^2 \quad (7)$$

ここに、 $C = d/S$, EI は断面2次モーメントである。系全体のポテンシャルエネルギー W を C で微分すれば

$$\frac{\partial W}{\partial C} = 2 \left\{ 2.4868571 EA(S-L)C + 2.4868571^2 EALC^3 + 24.576 \frac{EI}{L} C \right\} \quad (8)$$

が得られるが、これは d 方向の不釣り合い力に相当する量である。

数値解析上の取り扱いは以下のである。まず(3)式を用いて変形解析を行ない S を得る。この S に対して式(8)の右辺を0とおいた C に関する3次方程式を解く。この3次方程式が $C=0$ 以外の実根をもたない場合は、この部材に座屈が起らなかったものとして計算を続行する。一方、この3次方程式が0以外の実根 C をもち、部材の部材力-ひずみ状態がオーステップの場合には、この C を初期値として式(7)に代入し、座屈部材のひずみエネルギーを算出する。また同様に、オーステップ以上の場合には、この部材は塑性座屈を起し耐力はほとんどないものと解釈して以後のエネルギー計算ではその部材を除去する。

3. 計算例

図5に示すような構造モデルについて計算を行なった。部材諸元を右表に、 σ - ϵ 曲線を図6に示す。

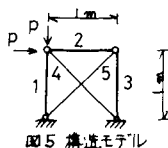


表 部材諸元

部材No.	1, 2, 3	4, 5
A (cm ²)	1.238	0.507
I (cm ⁴)	4.205	17.800

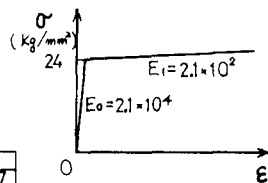


図6 σ - ϵ 曲線

図7に計算結果を示す。図中の曲線は、荷重点の P - δ (水平変位)曲線および圧縮部材4の P - d 曲線である。部材4は P が790kgまで $C=0$ 以外の解をもたないが、この値を越えてはじめて0以外の解をもつ。このとき部材4の弾性係数は E_0 であり、弾性座屈を起したと判断できる。この時点で、 P - δ 曲線の勾配にも変化が見られる。

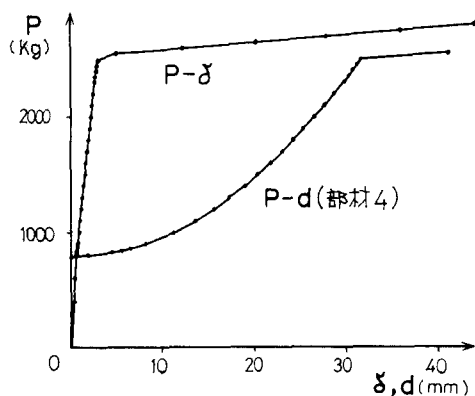


図7 荷重点の P - δ 曲線、部材4の P - d 曲線

(参考文献)

- 1) 渡田「エネルギー法によるケ-フル構造の解析」オ1報、オ2報 土木学会全国大会概要集 昭和46年、47年
- 2) R.H. Mullett and L.A. Schmit: Nonlinear structural Analysis By Energy Search, J. of the structural Div. Proc. ASCE, Vol. 93 ST3, June, 1967
- 3) Murray, T.M. and N. Willems: Analysis of inelastic suspension structures, J. of the structural Div. Proc. ASCE Vol. 97, ST12, Dec. 1971